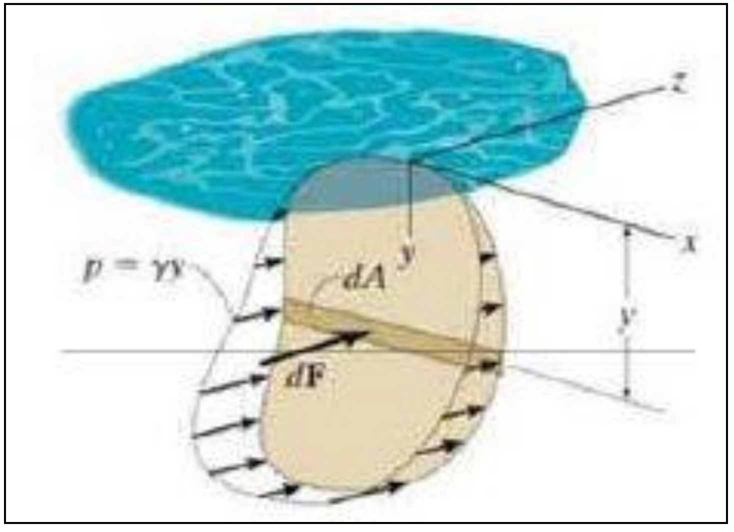
ATALET MOMENTLERİ

ATALET (EYLEMSİZLİK) MOMENTİ

Atalet momenti, kesitlerin geometrisine bağlı olarak hesaplanan büyüklüklerden biridir.

Bir alanın **atalet momenti,** moment ekseninden itibaren lineer olarak değişen bir yayılı yükün momentini hesaplamak gerektiğinde ortaya çıkar. Bu türden bir yüklemenin tipik bir örneği, sıvı içine batırılmış bir levha yüzeyi üzerinde etkiyen bir sıvı basıncıyla oluşur.



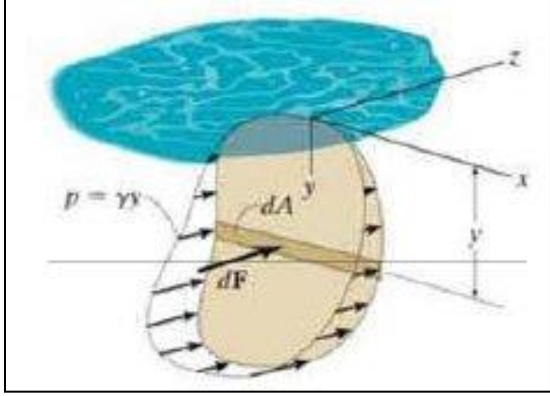
Sıvı yüzeyinin altında “y” mesafesinde bulunan bir noktada uygulanan basınç veya birim alana düşen kuvvet, γ sıvının özgül ağırlığı olmak üzere,

$p = \gamma\ y$ olarak ifade edilir.

Buna göre şekilde gösterilen sıvı içine batırılmış levhanın dA alanı üzerine suyun uyguladığı kuvvetin büyüklüğü:

$$dF = pdA = (\gamma . y)dA$$

Bu kuvvetin levhanın x eksenine göre momenti;



$$\boxed{dM = ydF = \gamma\ y^2 dA}$$

Dolayısıyla tüm basınç dağılımıyla üretilen moment;

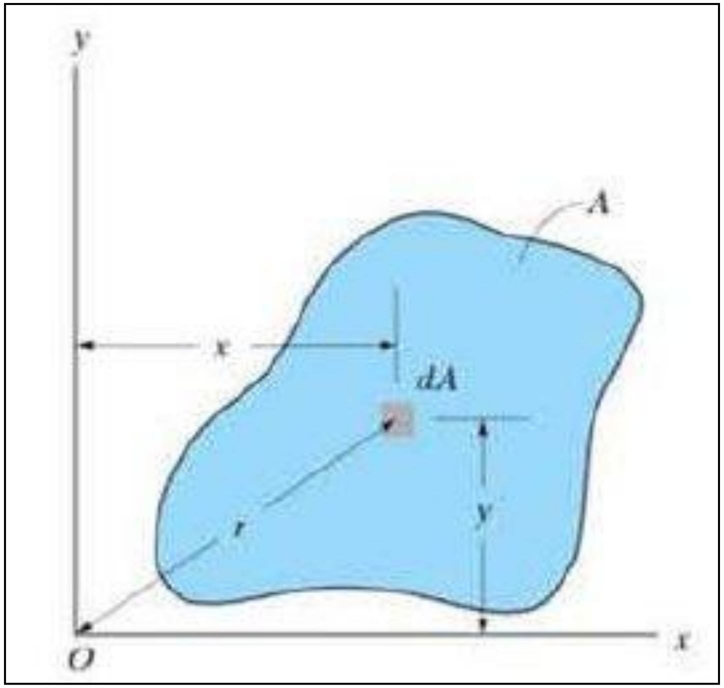
$$\boxed{M = \gamma \int y^2 dA}$$

Buradaki integral, levha alanının x eksenine göre atalet momentini ifade eder;

$$\boxed{I_x = \int y^2 dA}$$

Bu formdaki integraller ile, akışkanlar mekaniği, malzeme mekaniği, yapı mekaniği ve makine tasarımında sıksık karşılaşıldığı için atalet momenti hesabında kullanılan yöntemler önemlidir.

ATALET MOMENTLERİ



Şekilde gösterilen x-y düzlemindeki A alanını gözönüne alalım. dA düzlemsel diferansiyel alanın x ve y eksenlerine göre atalet momentleri;

$$dI_x = y^2 dA$$

$$dI_y = x^2 dA$$

İle tanımlanır. Tüm alan için atalet momentleri integralle belirlenir:

Alanların ikinci momenti

$$I_x = \int_A y^2 \, dA$$

$$I_y = \int_A x^2 \, dA$$

y= dA'nın x eksenine uzaklığı

$$I_x = \int_A y^2 .dA \quad \Rightarrow \quad x \; eksenine \; göre \; atalet \; momenti$$

$$I_y = \int_A x^2 .dA \quad \Rightarrow \quad y \; eksenine \; göre \; atalet \; momenti$$

x= dA'nın y eksenine uzaklığı

KUTUPSAL ATALET MOMENTİ

dA diferansiyel alanın bir O noktasına göre ikinci momenti de formüle edilebilir:

$$dJ_O = r^2 dA$$

Burada; r= O noktasında dA'ya dik mesafedir. Tüm alan için bu değer;

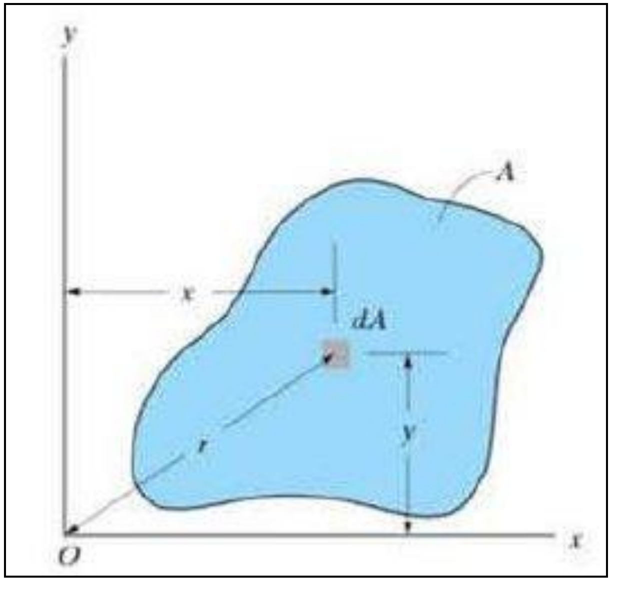
$$J_O = \int_A r^2 dA = I_x + I_y$$

olarak bulunur.

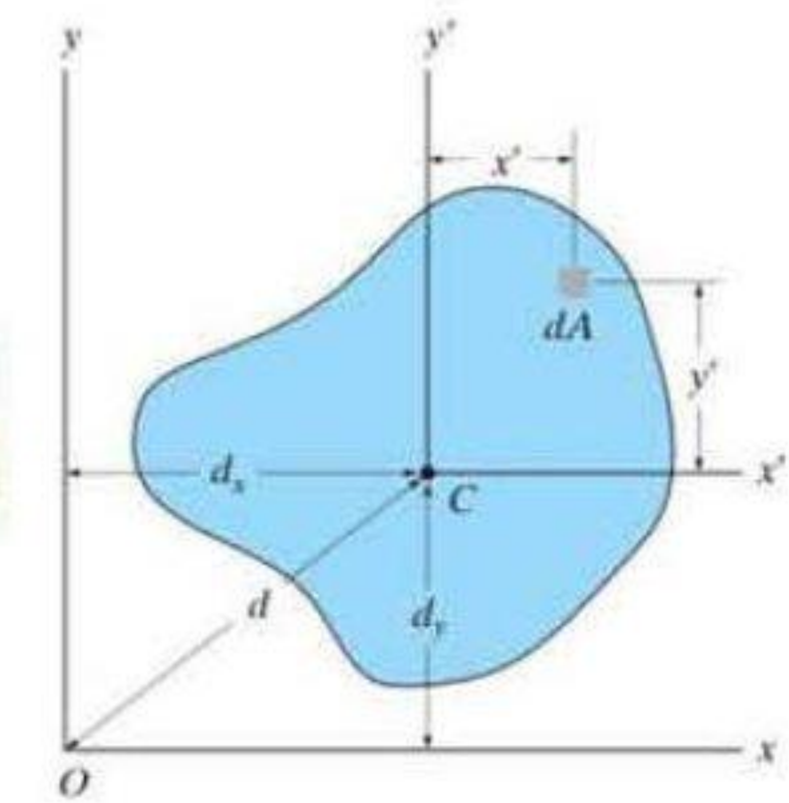
Buna kutupsal (polar) atalet momenti adı verilir.

J_O ile I_x ve I_y arasındaki bu bağıntı, " $r=x^2+y^2$ " ilişkisinden kaynaklanmaktadır. I_x , I_y ve J_O her zaman pozitif büyüklüklerdir, çünkü uzaklığın karesi ve alanın çarpımı ile bulunmaktadırlar.

Atalet momenti birimi, uzunluğun dördüncü kuvvetini içermektedir: m^4, mm^4 gibi.



ALAN için PARALEL EKSENLER TEOREMİ



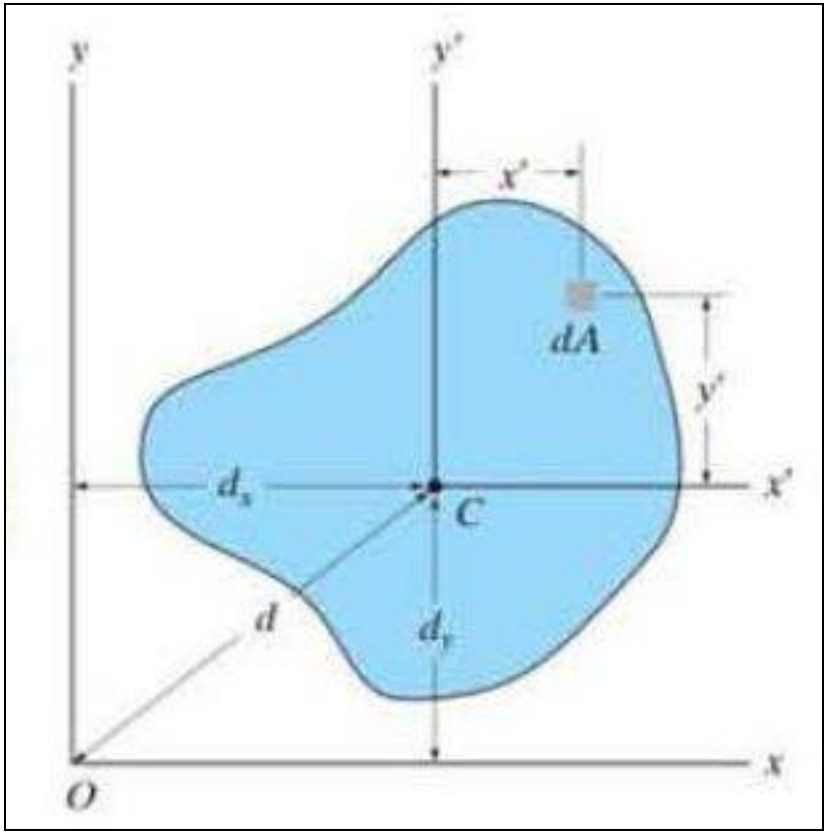
Bir alanın merkezinden geçen bir eksene göre atalet momenti biliniyorsa, **paralel eksen teoremini** kullanarak bu eksene paralel bir eksene göre atalet momentini belirlemek mümkündür.

Şekilde gösterilen A alanının x eksenine göre atalet momentini bulmaya çalışalım.

dA diferansiyel elemanı x' geometrik merkez ekseninden y' kadar uzaklıktadır.

x ve x' paralel eksenleri arasındaki sabit uzaklık d_y ile gösterilmiştir.

ALAN için PARALEL EKSENLER TEOREMİ



Bu durumda tanım gereği,

$$d\,Ix = (y' + d_y)^2\,dA$$

olarak bulunur.

Tüm alan içinse;

$$I_x = \int_A (y' + d_y)^2\,dA$$
$$= \int_A y'^2\,dA + 2d_y \int_A y'\,dA + d_y^2 \int_A dA$$

ALAN için PARALEL EKSENLER TEOREMİ

Birinci integral, alanın geometrik merkez eksenine göre atalet momentidir.

İkinci integral, sıfırdır. Çünkü, x' ekseni alanın geometrik merkezinden geçer,

$$\bar{y}' = 0 \quad \Rightarrow \quad \int y' dA = \bar{y}' \int dA = 0$$

Üçüncü integral, toplam alanı verdiğinden $\int_A dA = A \quad \Rightarrow \quad d_y^{\,2} \int dA = d_y^{\,2} A$

Bu durumda,

Steiner teoremi

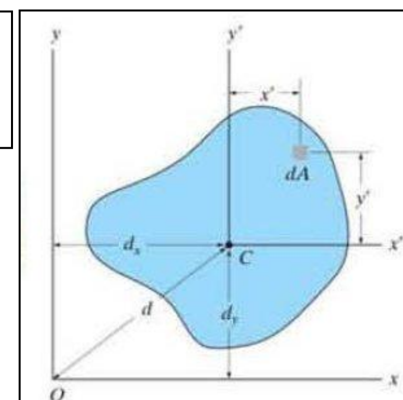
$$\boxed{I_x = \int y'^2 dA + A d_y^{\,2} = \bar{I}_{x'} + A d_y^{\,2}}$$

dik uzaklık

x’ eksenine paralel diğer bir eksen

Ağırlık merkezinden geçen x’ eksenine göre atalet momenti

$$I_x = \int_A y'^2\, dA + 2d_y \int_A y'\, dA + d_y^2 \int_A dA$$



KT

Benzer ifade y ekseni (I_y) için yazılabilir:

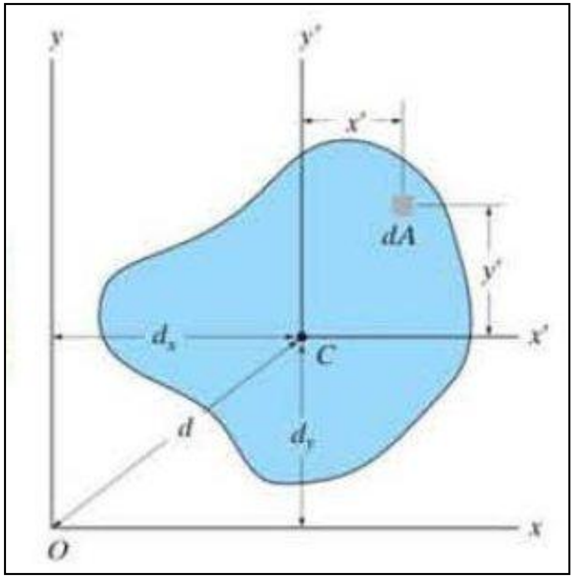
Steiner teoremi

$$\boxed{I_y = \bar{I}_{y'} + A d_x^{\,2}}$$

y ekseninin y′ eksenine olan dik uzaklığı

Ağırlık merkezinden geçen y′ eksenine göre atalet momenti

Toplam alan



x′ ve y′ eksenleri, ağırlık merkezinden (C noktasından) geçmektedir.

Sonuç; verilen bir alanın herhangi bir eksene göre atalet momenti (I_x veya I_y); o alanın ağırlık merkezinden geçen ve bu eksenlere paralel olan eksene göre atalet momenti ile ($I_{\bar{x}}$ veya $I_{\bar{y}}$), eksenler arasındaki dik uzaklığın karesinin alan ile çarpımının toplamına eşittir. Buna **paralel eksenler teoremi** ya da Steiner Teoremi denir.

NOT: Steiner teoremi, yalnız ve yalnız ağırlık merkezinden geçen eksen takımına göre kaydırmada kullanılır. Yani, ağırlık merkezinden geçen eksenden farklı bir eksene göre kaydırma yapıldığında yukarıdaki bağıntılar geçerli değildir. Çünkü ağırlık merkezi dışındaki herhangi bir noktada statik moment "sıfır" değildir. Formülasyon bu durumda değişir.

O noktasından geçen x-y düzlemine dik eksene göre polar atalet momenti:

$$\bar{J}_C = I_{x'} + I_{y'}$$ olduğuna göre ve

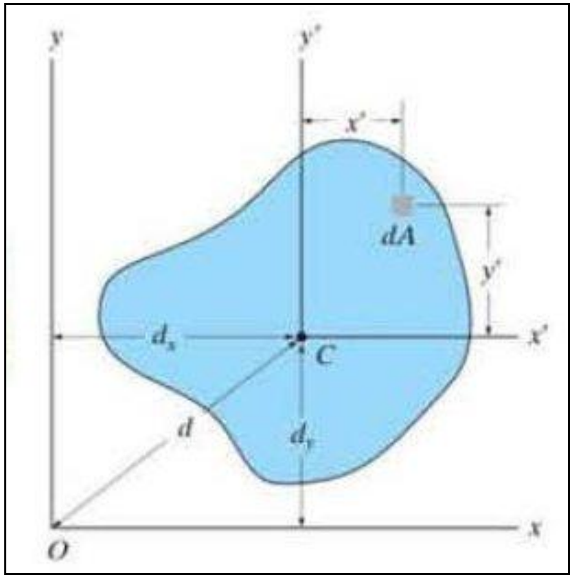
$$d^2 = d_y^{\,2} + d_x^{\,2}$$ ise,

$$Jo = \bar{J}_C + Ad^2$$

Alan merkezine göre polar atalet momenti

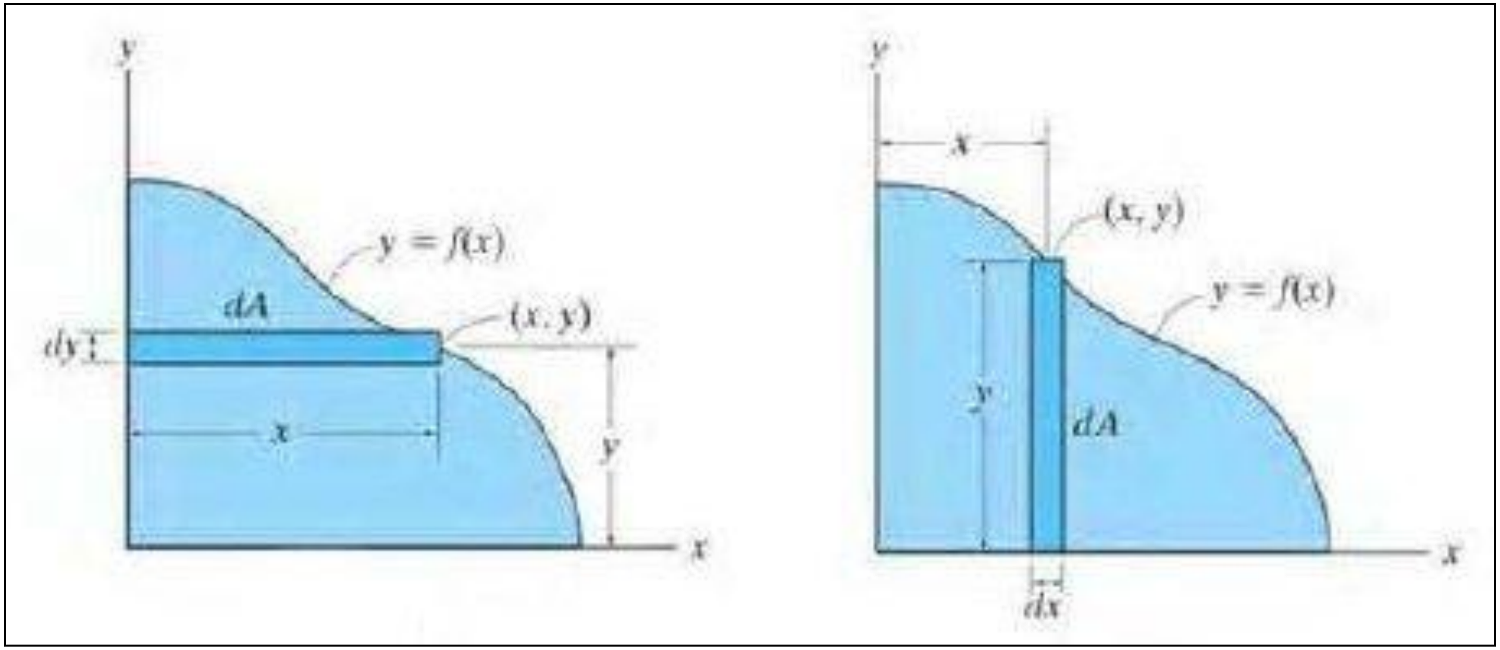
Ağırlık merkezinden O noktasına olan dik uzaklık

Toplam alan



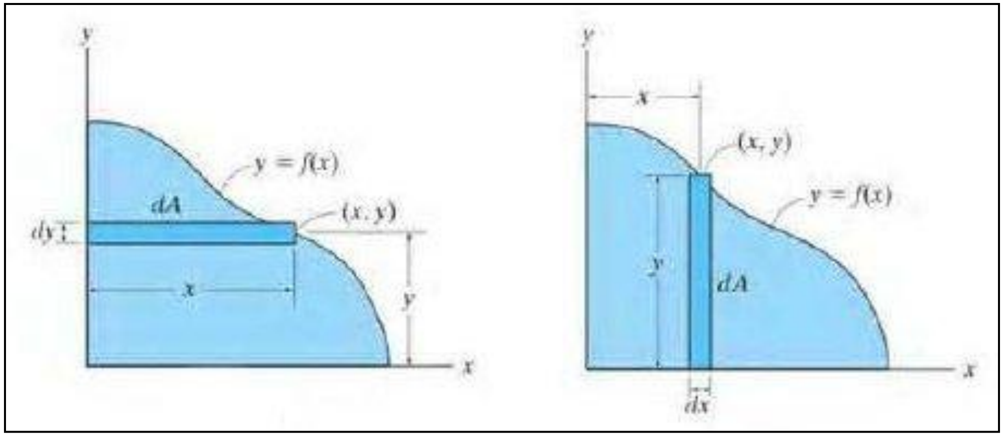
Bu üç denklemin her biri (Ix, Iy, Jo), bir alanın bir eksene atalet momentinin, alanın geometrik merkezinden geçen paralel bir eksene göre atalet momenti ile, alanın eksenler arasındaki uzaklığın karesiyle çarpımının, toplamına eşit olduğunu ifade eder.

Alan Atalet Momentinin İntegralle Bulunması



• Eğer eğri y=f(x) şeklinde tanımlanabiliyorsa, sonlu uzunlukta (x veya y) ama diferansiyel genişlikte (dx veya dy) bir dikdörtgen eleman seçerek hesap yapılabilir.

•dA alanına sahip diferansiyel eleman, eğriyi bir (x,y) noktasında kesecek şekilde seçilmelidir.

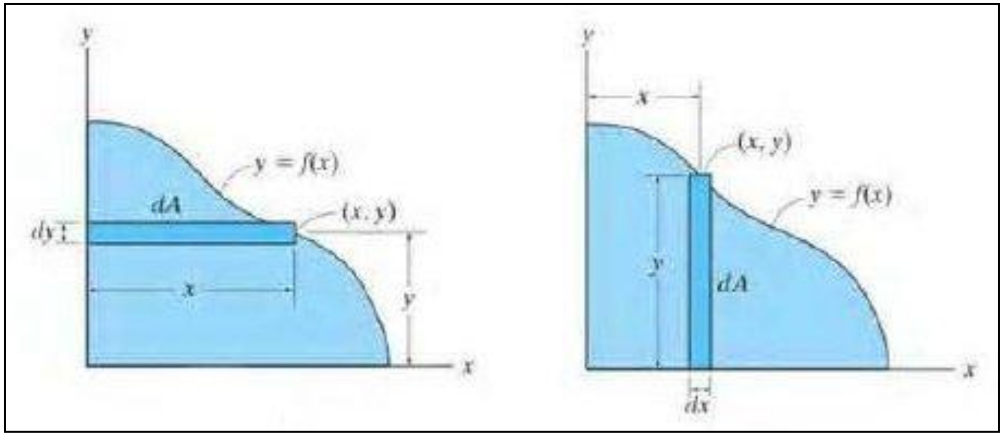


1.durum:

Elemanın uzunluğu eksenlere paralel seçilebilir. Dikkat edilirse, diferansiyel dikdörtgen elemanlar, x-eksenine göre atalet momenti bulunurken x-eksenine paralel, y eksenine göre atalet momenti bulunurken ise y-eksenine paralel seçilmiştir. Bu durumda aşağıdaki formüller kullanılabilir:

$$I_x = \int y^2 dA \quad ve \quad I_y = \int x^2 dA$$

$$dA = xdy \qquad\qquad dA = ydx$$

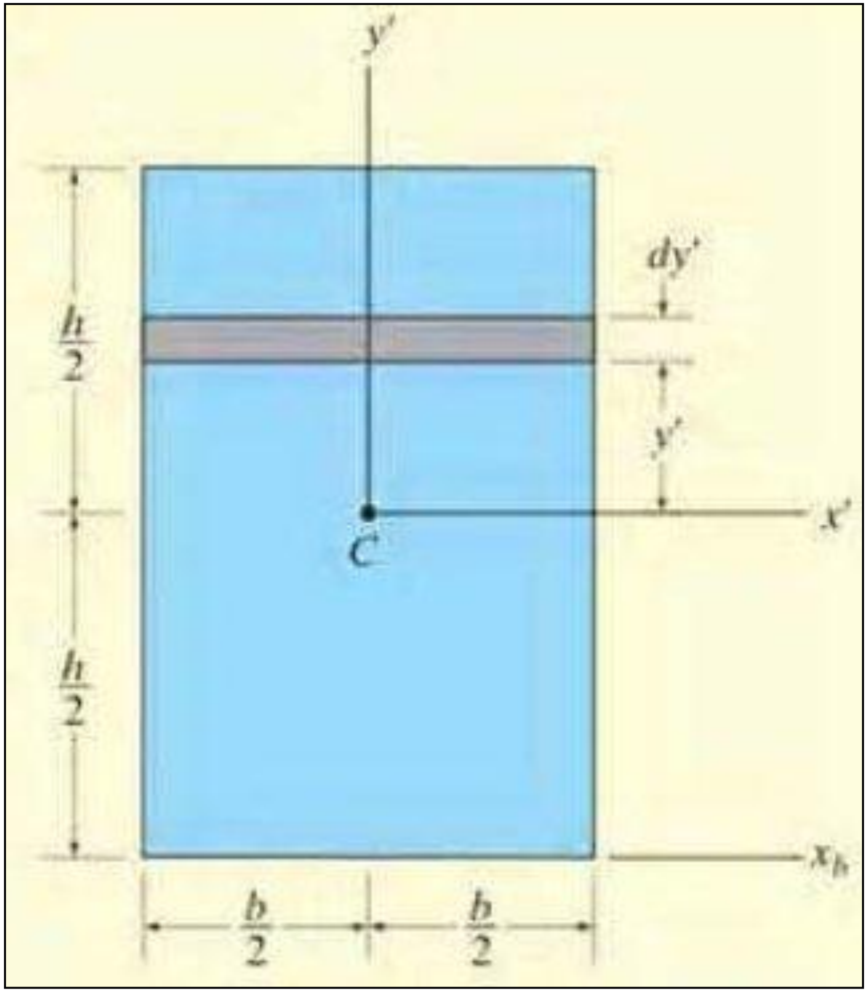


2.durum:

Elemanın uzunluğu eksene dik seçilirse, moment kolu x ve/veya y seçilen dikdörtgen için sabit olmamaktadır. Bu durumda, paralel eksenler teoremi kullanılmalıdır.

Önce elemanın kendi geometrik merkezinden geçen yatay bir eksene göre atalet momenti hesaplanmalı, daha sonra paralel eksen teoremi kullanılarak elemanın x veya y eksenine göre atalet momenti belirlenmelidir.

ÖRNEK 90



Şekilde gösterilen dikdörtgen alanın ;

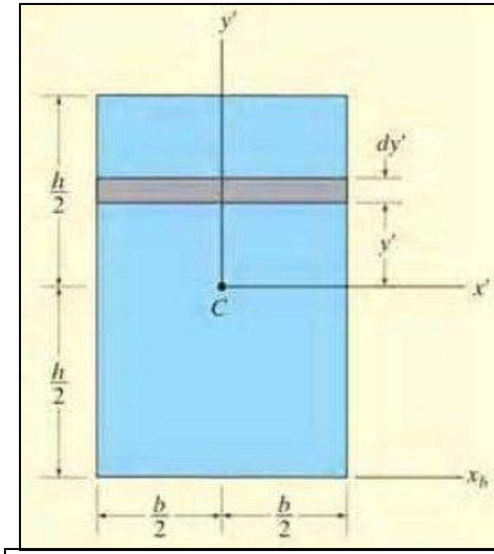
a) Ağırlık merkezinden geçen x′ eksenine göre atalet momentini

b) Dikdörtgenin tabanından geçen x_b eksenine göre atalet momentini

c) x′-y′ düzlemine dik olan, ağırlık merkezinden geçen z′ eksenine göre (polar) atalet momenti değerini bulunuz.

1.duruma göre:

a) Diferansiyel eleman x’ eksenine paralel seçildiği için tüm eleman x’ eksenine y’ mesafesindedir ve 1. durumdaki denklem kullanılabilir.



$$\bar{I}_{x'} = \int_A y'^2\, dA = \int_{-h/2}^{h/2} y'^2 (b\, dy') = b \int_{-h/2}^{h/2} y'^2\, dy'$$

$$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{12} bh^3$$

b) Paralel eksen teoremine göre;

(2.duruma göre)

$$I_{x_b} = \bar{I}_{x'} + Ad_y^2$$

$$= \frac{1}{12} bh^3 + bh\left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} bh^3$$

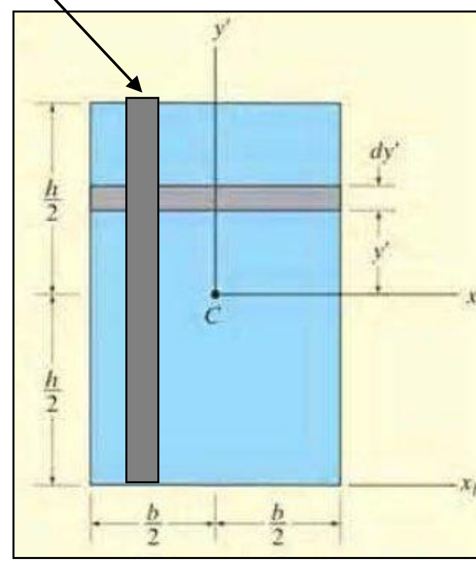
c)

$$\bar{I}_{y'} = \int_A x'^2\, dA = \int_{-b/2}^{+b/2} x'^2\,(h\,dx') = h\int_{-b/2}^{+b/2} x'^2\, dx' = \frac{1}{12}hb^3$$

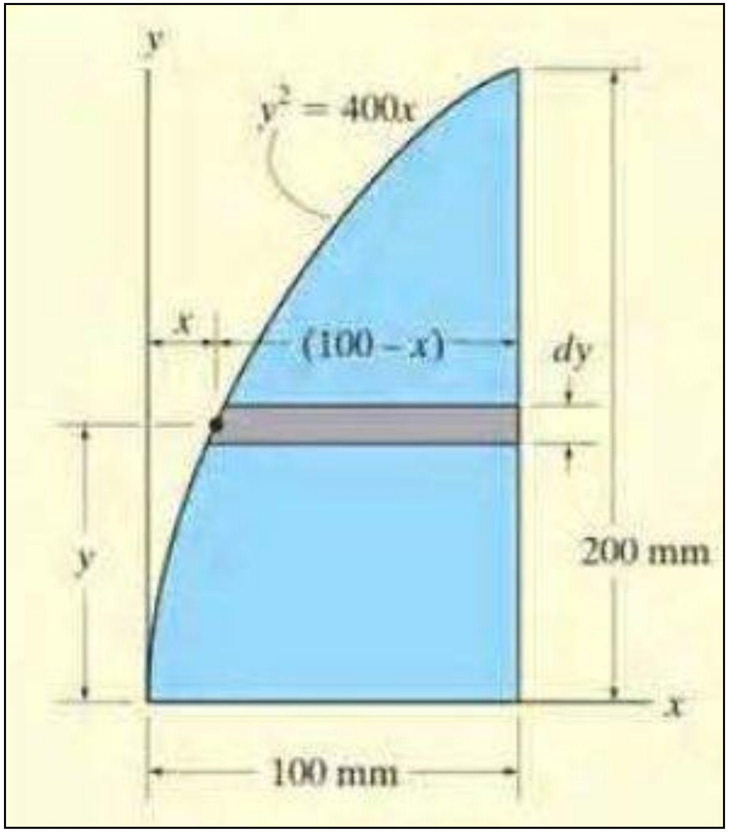
$$\bar{I}_{y'} = \frac{1}{12}hb^3$$

$$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{12}bh^3$$

$$\bar{J}_C = \bar{I}_{x'} + \bar{I}_{y'} = \frac{1}{12}bh(h^2 + b^2)$$



ÖRNEK 91



Şekilde gösterilen alanın x eksenine göre atalet momentini bulunuz.

1.durum

İntegrasyon için seçilen diferansiyel alan elemanı, x eksenine paraleldir. Eleman dy kalınlığına sahip ve eğriyi bir (x,y) noktasında kestiği için, alanı dA=(100-x)dy'dir.

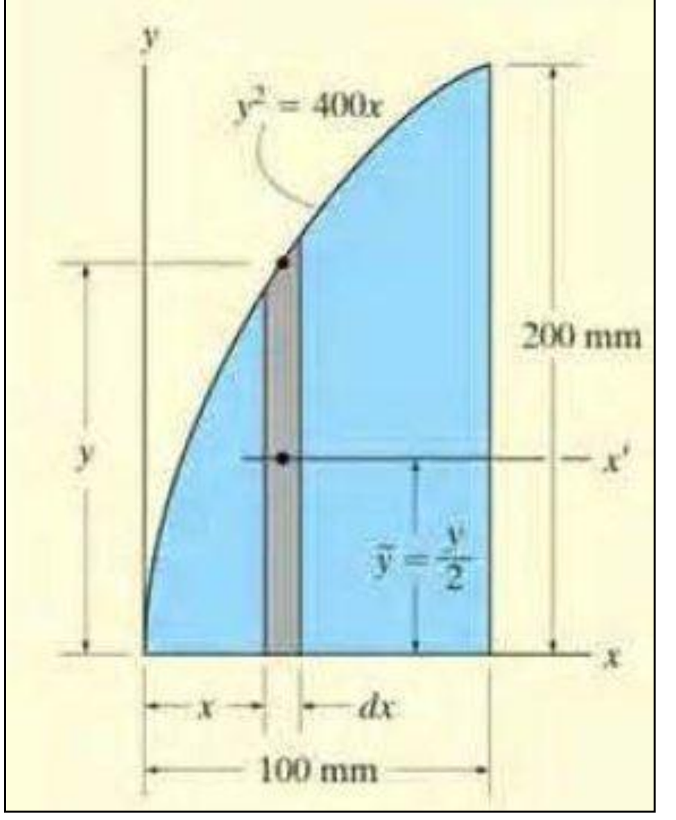
$$I_x = \int_A y^2\, dA = \int_0^{200\text{ mm}} y^2(100 - x)\, dy$$

$$I_x = \int_0^{200\text{ mm}} y^2\left(100 - \frac{y^2}{400}\right) dy = \int_0^{200\text{ mm}} \left(100y^2 - \frac{y^4}{400}\right) dy$$

$$= 107(10^6)\text{ mm}^4$$

2.durum

İntegrasyon için seçilen diferansiyel alan elemanı, y eksenine paraleldir. Eleman dx kalınlığına sahiptir ve eğriyi bir (x,y) noktasında kesmektedir. Elemanın bütün parçaları x ekseninden aynı mesafede bulunmamaktadır, bu nedenle elemanın bu eksene göre atalet momentini belirlemek için paralel eksen teoremi kullanılmalıdır.



$$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{12} bh^3 \quad b = dx \quad h = y$$

$$d\bar{I}_x = \frac{1}{12} dx\, y^3 \qquad \tilde{y} = y/2$$

$$dI_x = d\bar{I}_{x'} + dA\,\tilde{y}^2 = \frac{1}{12} dx\, y^3 + y\, dx\left(\frac{y}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} y^3\, dx$$

$$I_x = \int dI_x = \int_0^{100\text{ mm}} \frac{1}{3} y^3\, dx = \int_0^{100\text{ mm}} \frac{1}{3}(400x)^{3/2}\, dx$$

$$= 107(10^6)\text{ mm}^4$$

KOMPOZİT ALANLARIN ATALET MOMENTLERİ

Kompozit alanlar, yarım daire, dikdörtgen ve üçgen gibi bir dizi basit parça veya şekilden oluşur. Bu parçaların her birinin ortak bir eksene göre atalet momenti biliniyor veya belirlenebiliyorsa, kompozit alanın atalet momenti, tüm parçaların atalet momentlerinin cebirsel toplamına eşit olur.

Analizde izlenecek yol:

Parçalar: alan parçalara ayrılır ve her bir parçanın ağırlık merkezlerinden referans eksene olan dik uzaklıklar belirlenir.

Paralel eksen teoremi: eğer parçaların merkezlerinden geçen eksenler referans ekseniyle çakışmıyorsa paralel eksen teoremi kullanılmalıdır.($I = \bar{I} + Ad^2$; $\bar{I}$:parçaların ağırlık merkezinden geçen eksenlere göre atalet momenti)

Toplam: Tüm alanın referans eksene göre atalet momenti, parçalar için elde edilen sonuçlar toplanarak bulunur. Kompozit alanda boşluk varsa, bu boşluğun atalet momenti toplamdan çıkartılır.

Basit geometrik şekillerin atalet momentleri

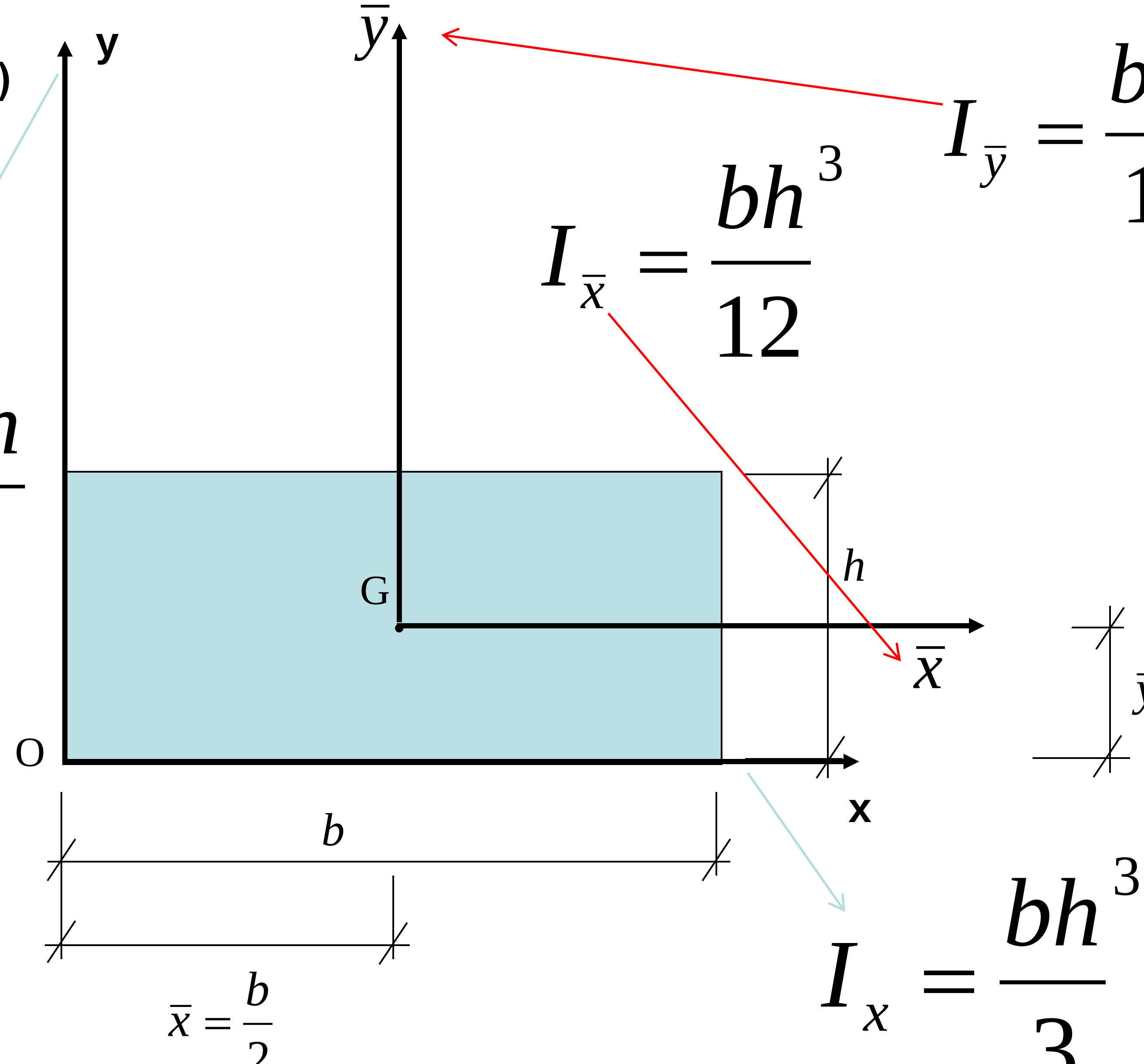
DİKDÖRTGEN
(b=h İSE KARE)

$$A = b.h$$

$$I_y = \frac{b^3 h}{3}$$

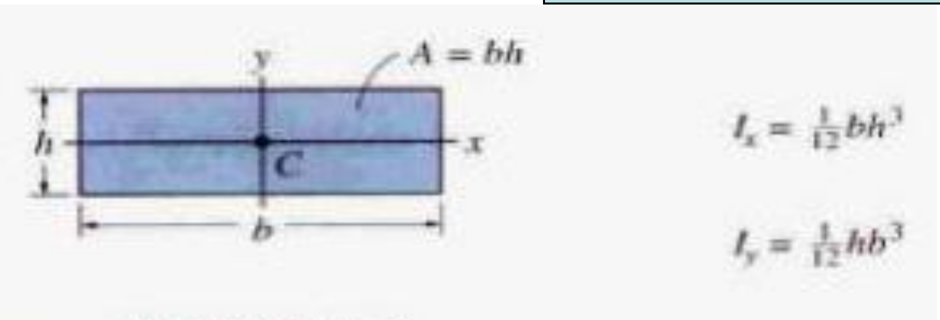
$$I_{\bar{y}} = \frac{b^3 h}{12}$$

$$I_{\bar{x}} = \frac{bh^3}{12}$$

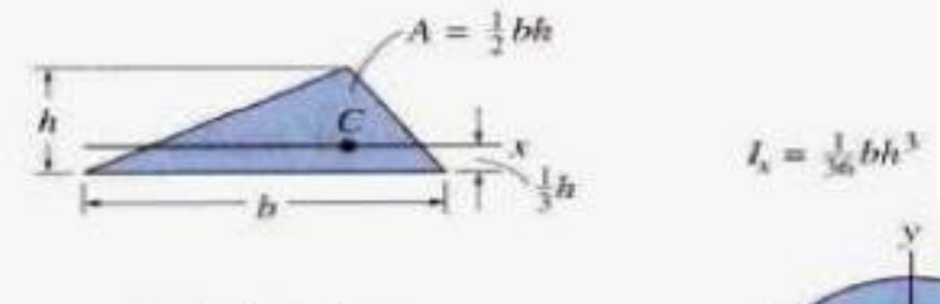


$$I_x = \frac{bh^3}{3}$$

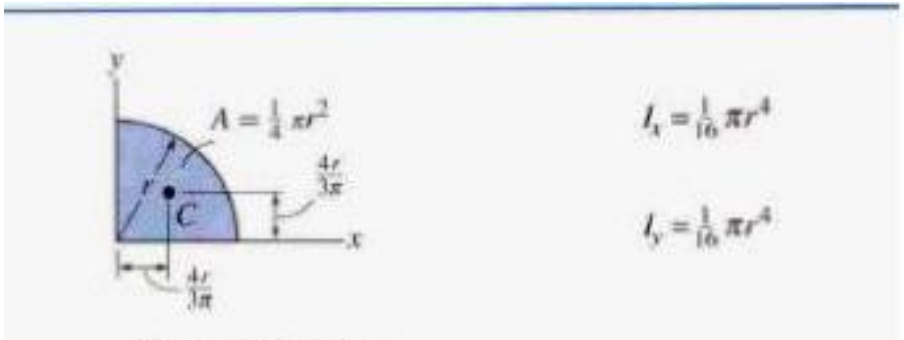
Bazı Şekillerin Atalet Momentleri



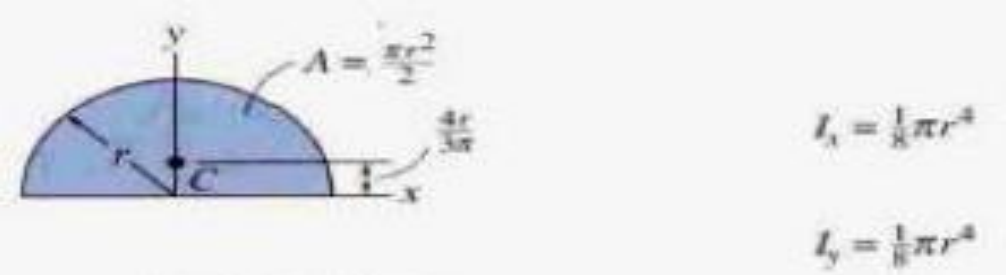
Rectangular area



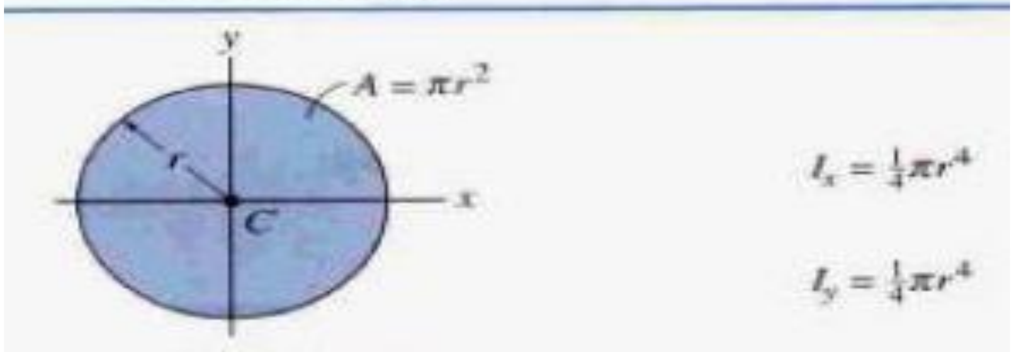
Triangular area



Quarter circle area

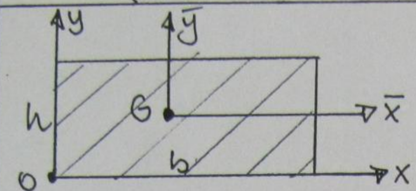
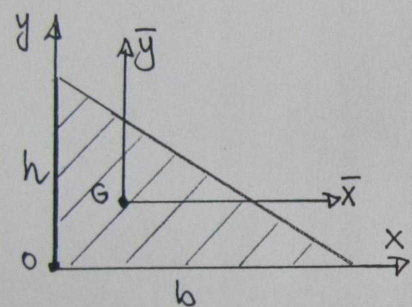
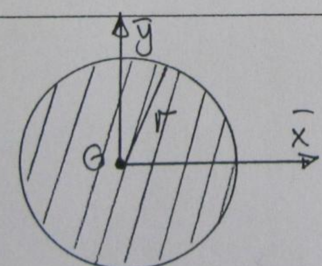
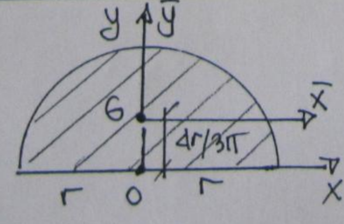


Semicircular area

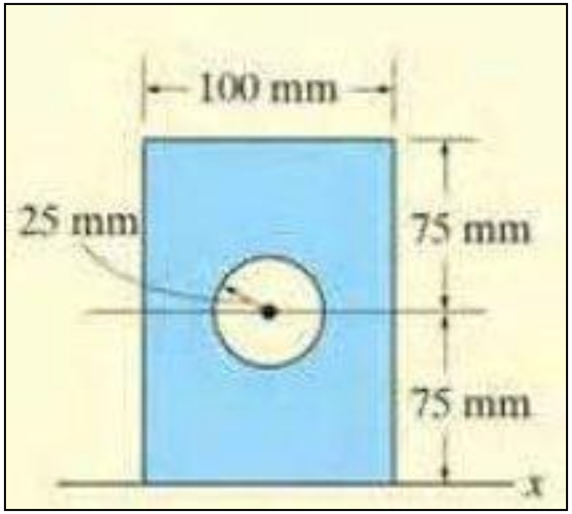


Circular area

3.3. Basit Geometrik Yüzeylerin Atalet Momentleri (I_x ve I_y)

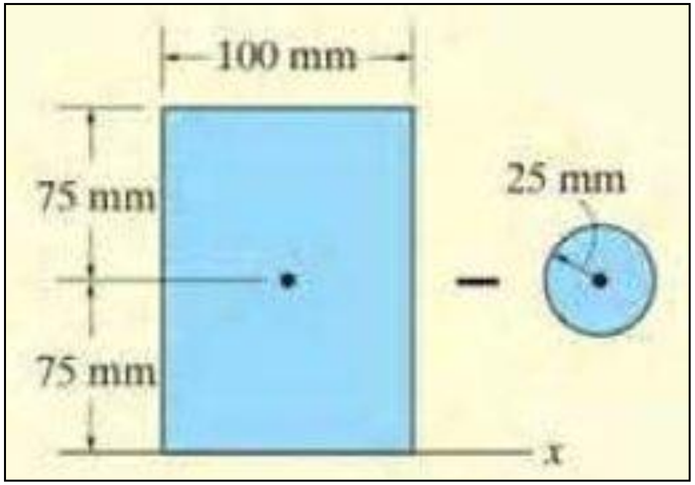
	ŞEKİL	ALAN	ATALET MOMENTLERİ
DİKDÖRTGEN (KARE için b=h)		$b.h$	$I_x = bh^3/3$; $I_y = b^3.h/3$ $I_{\bar{x}} = bh^3/12$; $I_{\bar{y}} = b^3.h/12$
DİK ÜÇGEN		$\frac{b.h}{2}$	$I_x = bh^3/12$; $I_y = b^3h/12$ $I_{\bar{x}} = bh^3/36$; $I_{\bar{y}} = b^3.h/36$
TAM DAİRE		πr^2	$I_{\bar{x}} = \pi.r^4/4$; $I_{\bar{y}} = \pi r^4/4$
YARIM DAİRE		$\frac{\pi r^2}{2}$	$I_x = \pi r^4/8$; $I_y = \pi r^4/8$. $I_{\bar{x}} \cong 0,2795.\pi r^4/8$ $I_{\bar{y}} = I_y = \pi r^4/8$

ÖRNEK 92



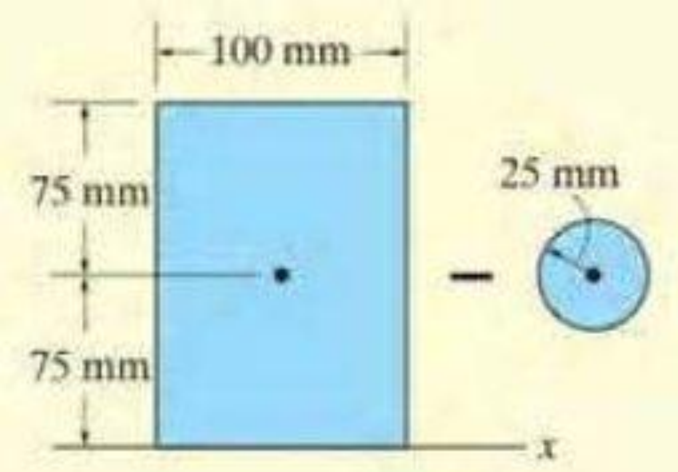
Şekilde gösterilen kompozit alanın x-eksenine göre atalet momentini hesaplayınız.

Çözüm:



Kompozit alan, yanda gösterildiği gibi, dikdörtgenden daireyi çıkartarak elde edilir. Her iki alanın ağırlık merkezi şekilde gösterilmiştir.

Merkezler x-ekseni ile çakışmamaktadır. Bu nedenle paralel eksen teoremi kullanılmalıdır.



DAİRE

$$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad_y^2$$
$$= \frac{1}{4}\pi(25)^4 + \pi(25)^2(75)^2 = 11.4(10^6)\ \text{mm}^4$$

DİKDÖRTGEN

$$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad_y^2$$
$$= \frac{1}{12}(100)(150)^3 + (100)(150)(75)^2 = 112.5(10^6)\ \text{mm}^4$$

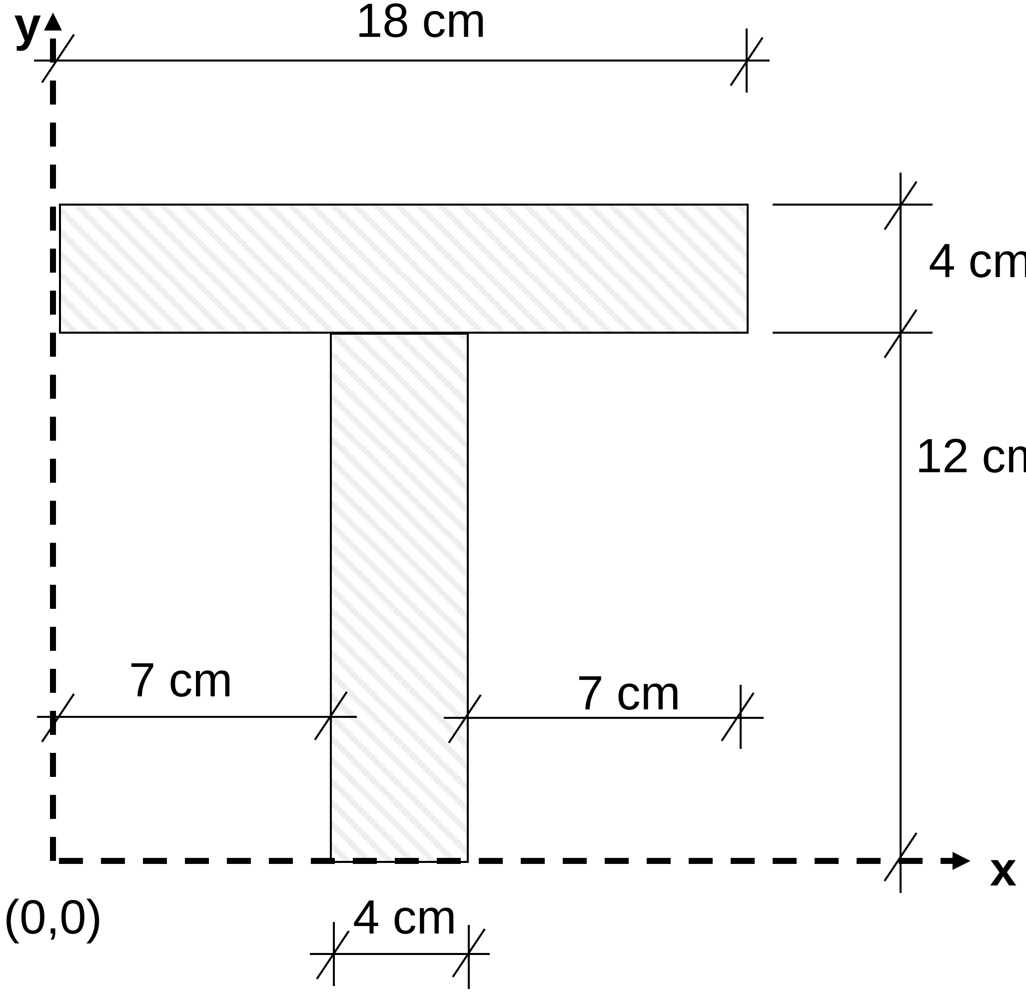
TOPLAM

Kompozit alanın x-eksenine göre atalet momenti:

$$I_x = -11.4(10^6) + 112.5(10^6)$$
$$= 101(10^6)\ \text{mm}^4$$

ÖRNEK 93

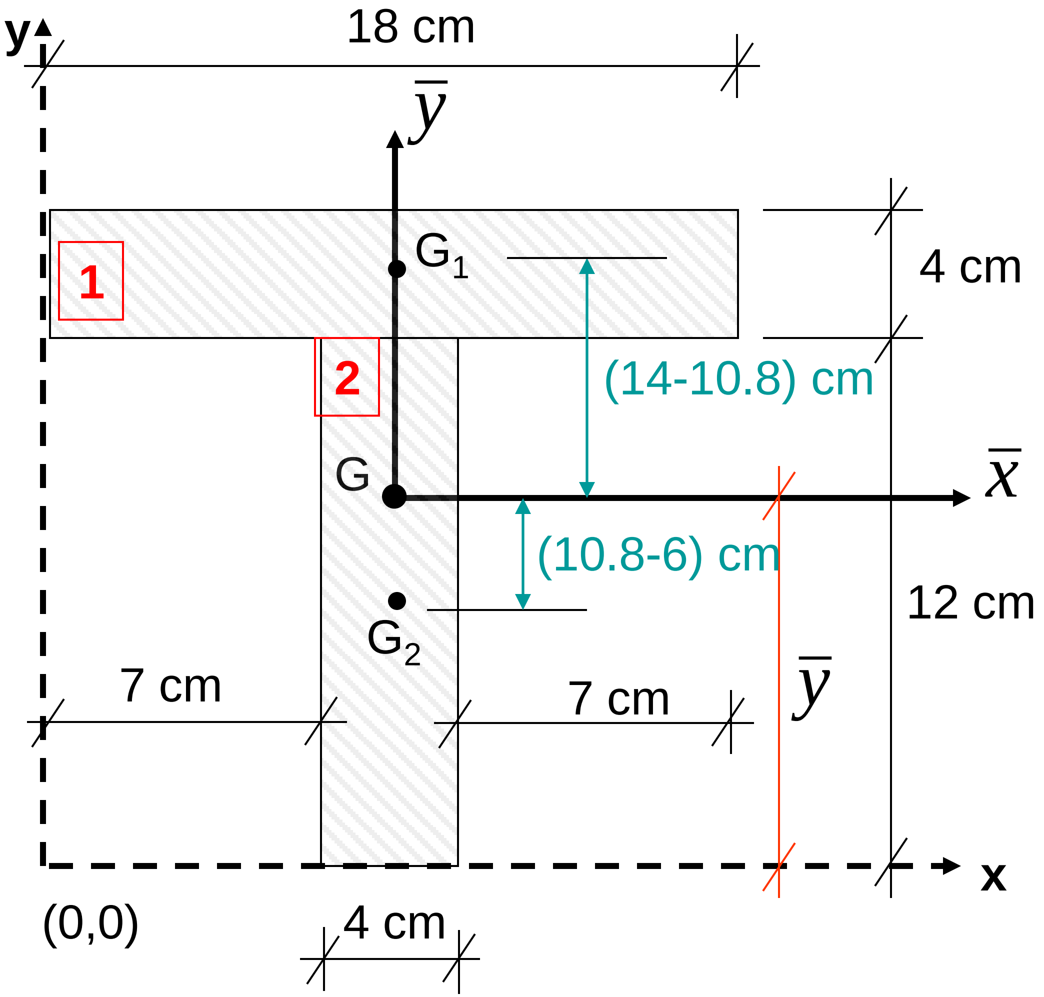
Şekildeki alanın ağırlık merkezinden geçen eksen takımına göre atalet momentlerini hesaplayınız.



$$G(\bar{x}, \bar{y}) = ?$$

$$I_{\bar{x}} = ?$$

$$I_{\bar{y}} = ?$$



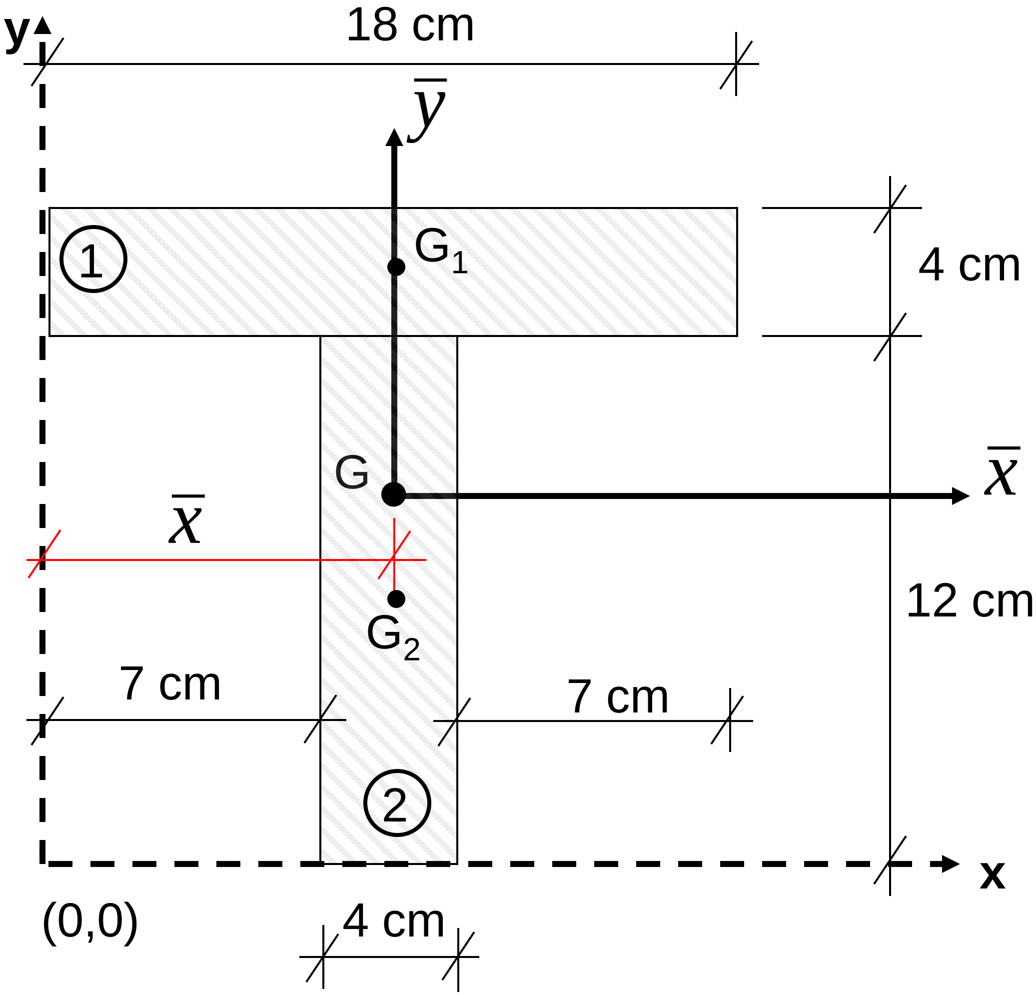
$$\bar{x} = \frac{(18*4)*9^{cm} + (4*12)*9^{cm}}{(18*4)+(4*12)} = 9^{cm}$$

$$\bar{y} = \frac{(18*4)*14^{cm} + (4*12)*6^{cm}}{(18*4)+(4*12)} = 10.8^{cm}$$

$$I_{\bar{x}} = \sum_{i=1}^{n} (I_{\bar{x}i} + y_i{}^2 . A_i)$$

$$I_{\bar{x}} = \frac{18*4^3}{12} + (18*4)*(14-10.8)^2 + \frac{4*12^3}{12} + (4*12)*(10.8-6)^2$$

$$I_{\bar{x}} = 2515.2\, cm^4$$



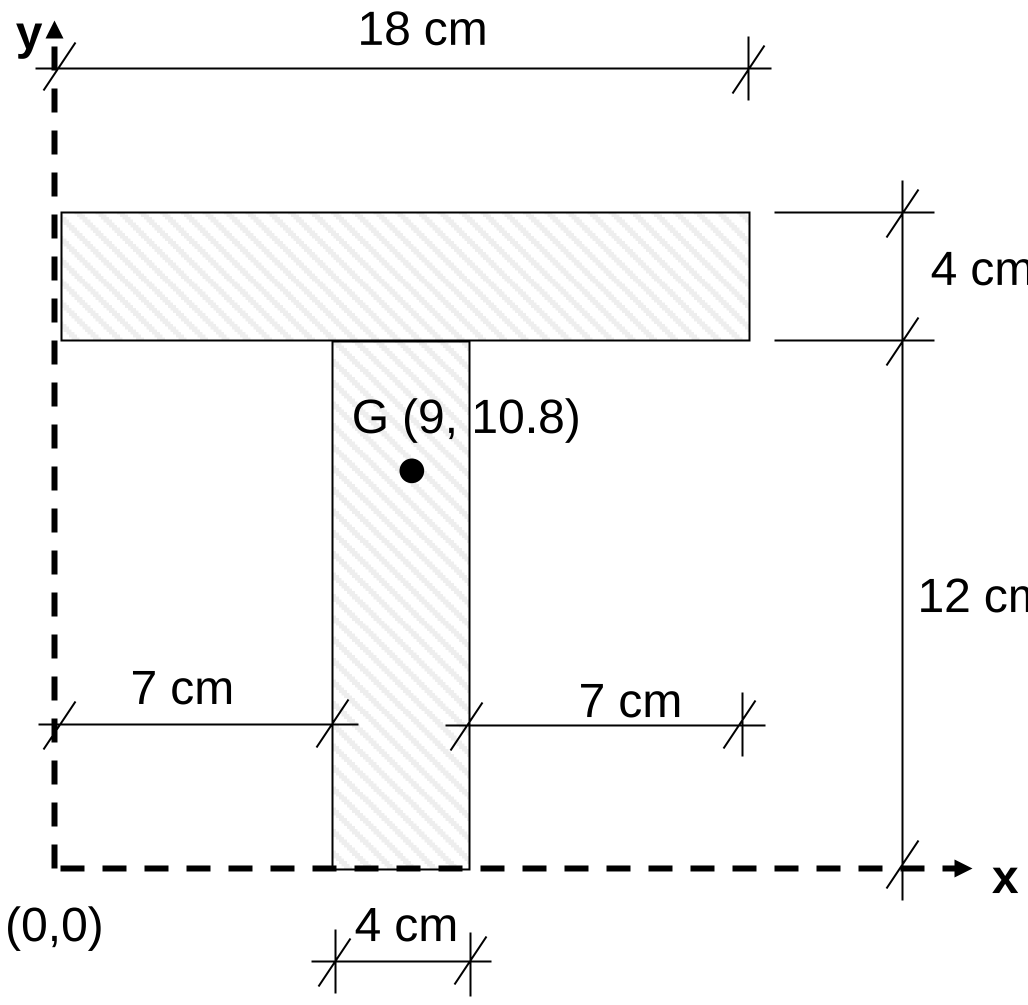
$$\bar{x} = 9^{cm}$$

$$\bar{y} = 10.8^{cm}$$

$$I_{\bar{y}} = \sum_{i=1}^{n} (I_{\bar{y}_i} + x_i^{\,2}.A_i)$$

$$I_{\bar{y}} = \frac{18^3 * 4}{12} + (18*4)*(9-9)^2 + \frac{4^3*12}{12} + (4*12)*(9-9)^2$$

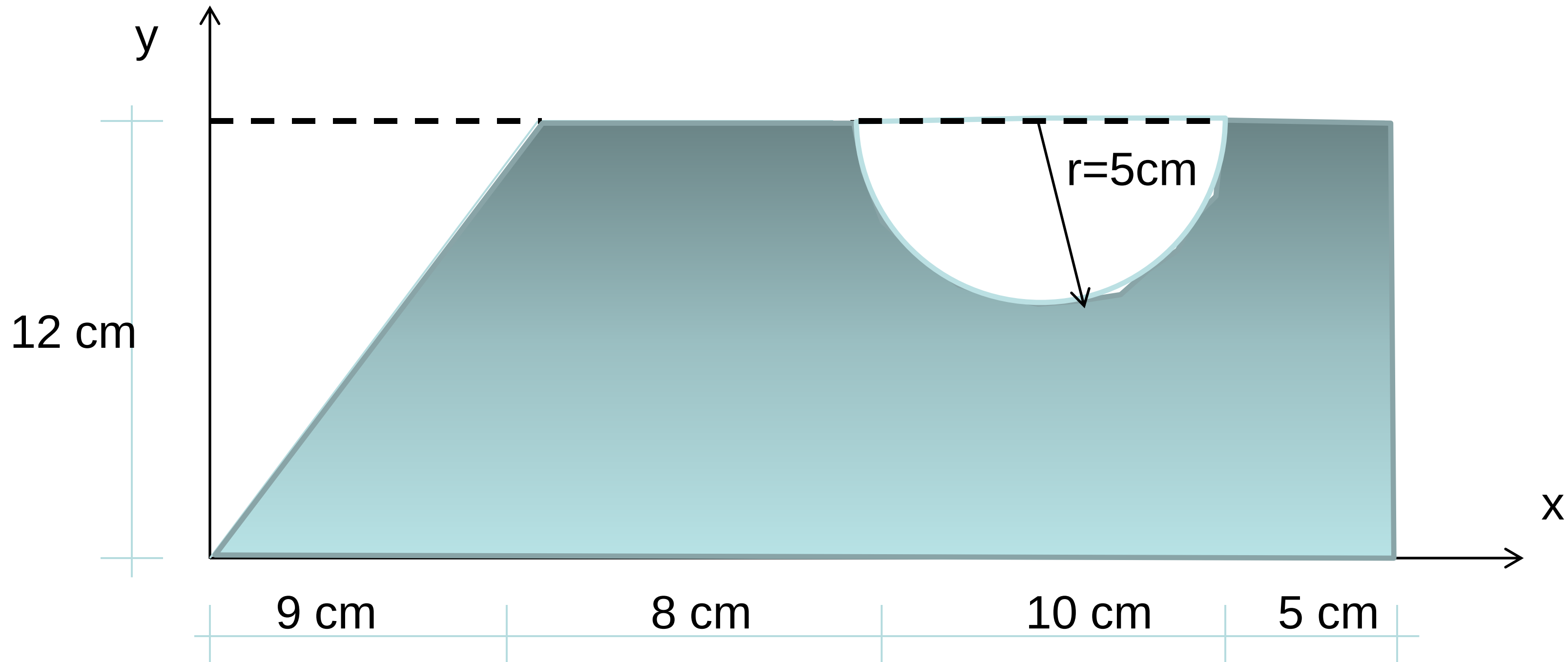
$$I_{\bar{y}} = \frac{18^3 * 4}{12} + \frac{4^3*12}{12} \qquad I_{\bar{y}} = 2008\,cm^4$$



$$I_{\bar{x}} = 2515.2\,cm^4$$

$$I_{\bar{y}} = 2008\,cm^4$$

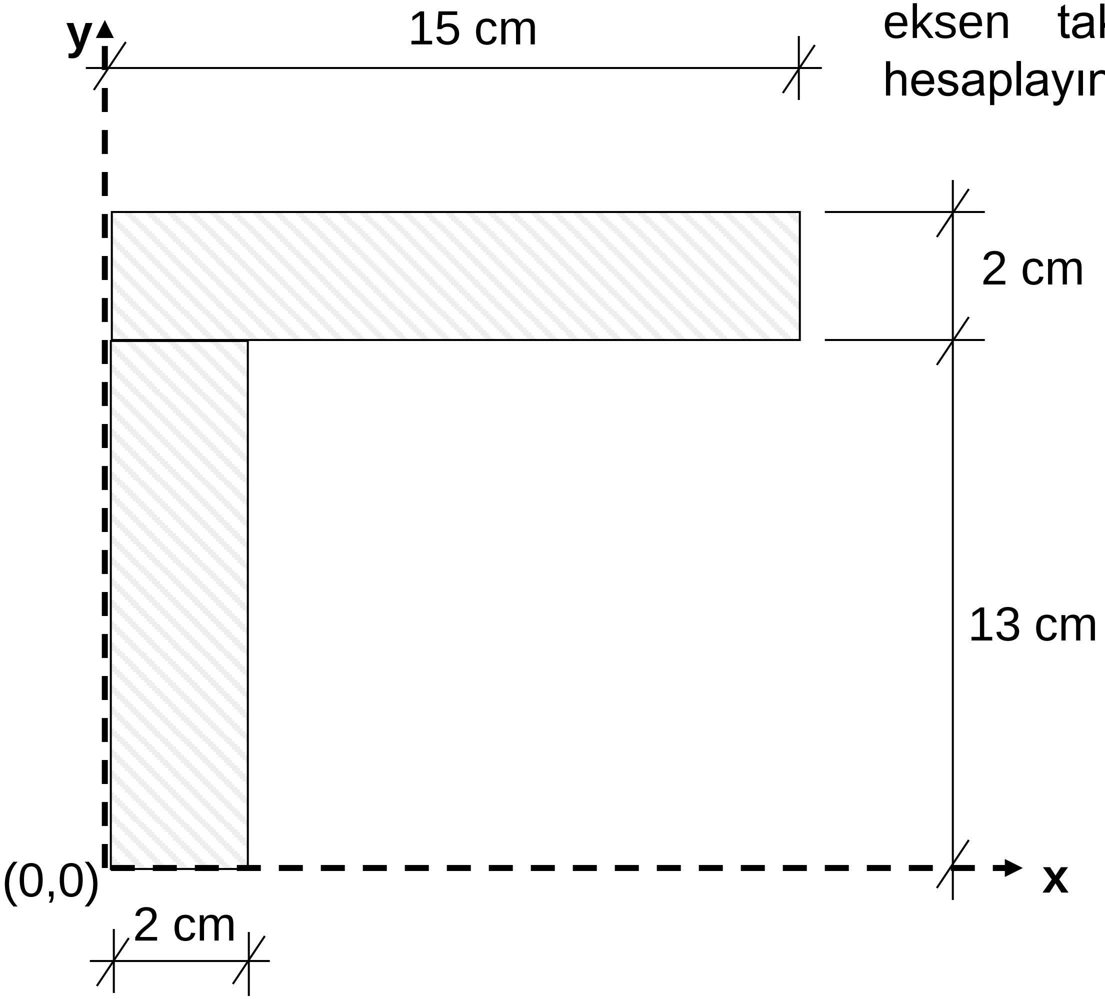
ÖRNEK 94



Ix = ?   Iy= ?

Çözümü sınıfta yapılacaktır.

ÖRNEK 95

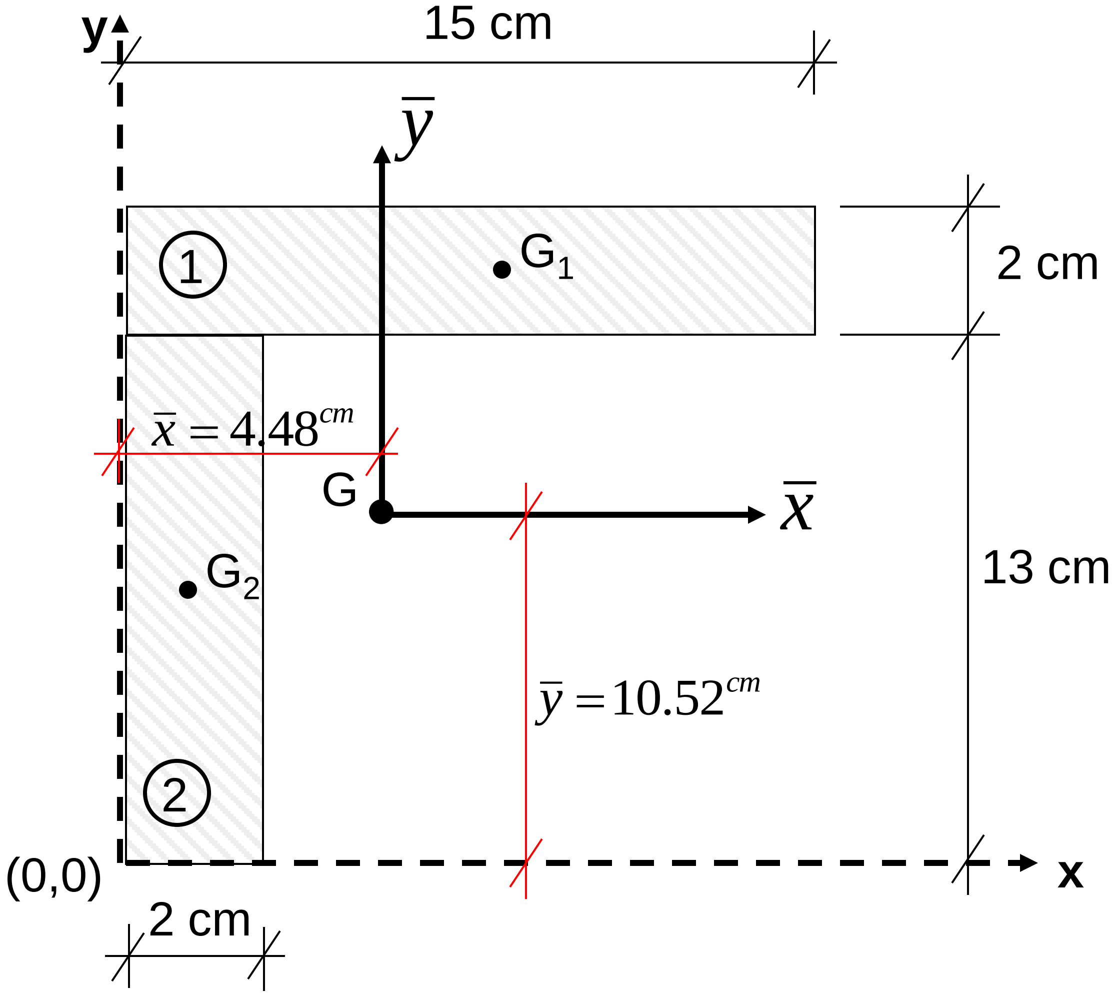


Şekildeki alanın ağırlık merkezinden geçen eksen takımına göre atalet momentlerini hesaplayınız.

$$G(\bar{x}, \bar{y}) = ?$$

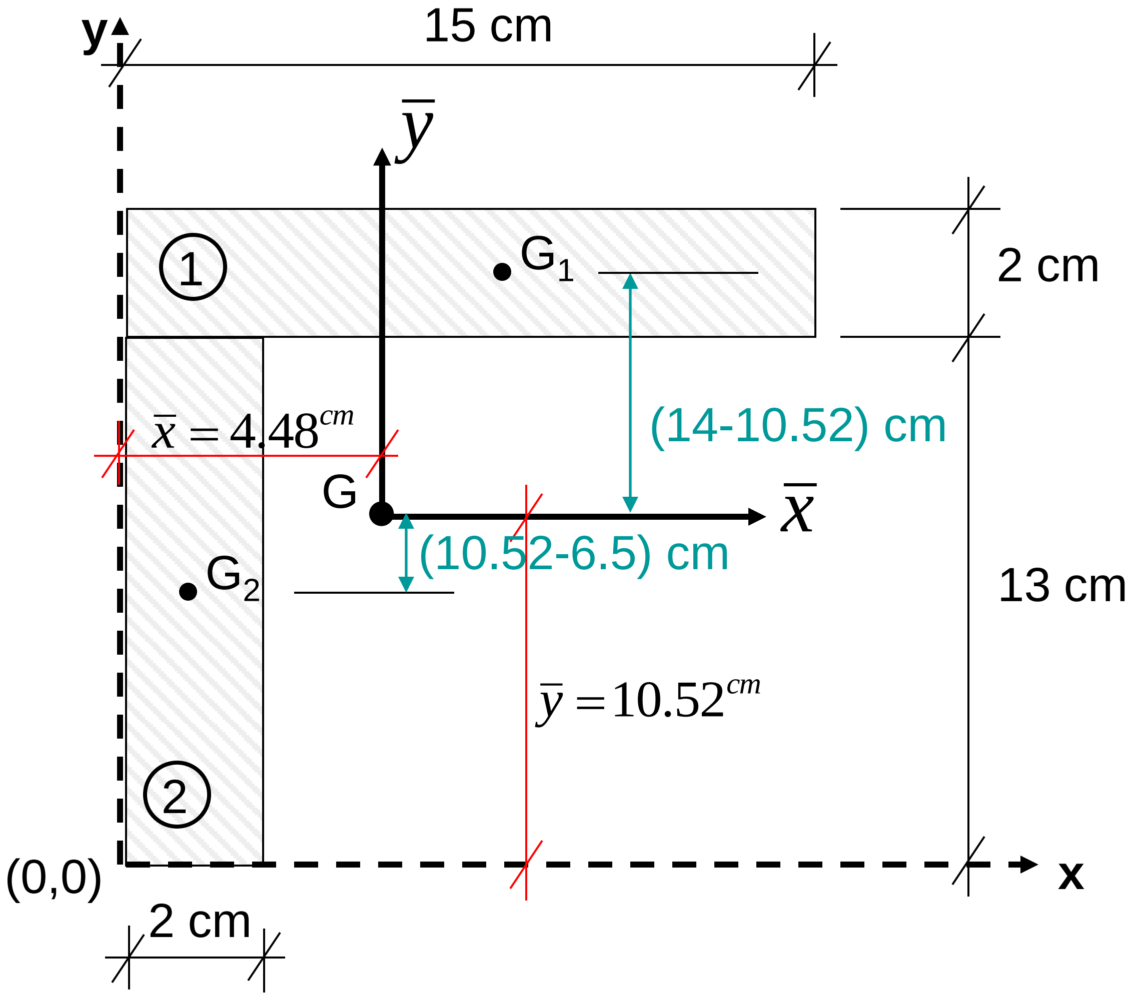
$$I_{\bar{x}} = ?$$

$$I_{\bar{y}} = ?$$



$$\bar{x} = \frac{(15*2)*7.5^{cm} + (2*13)*1^{cm}}{(15*2)+(2*13)} = 4.48^{cm}$$

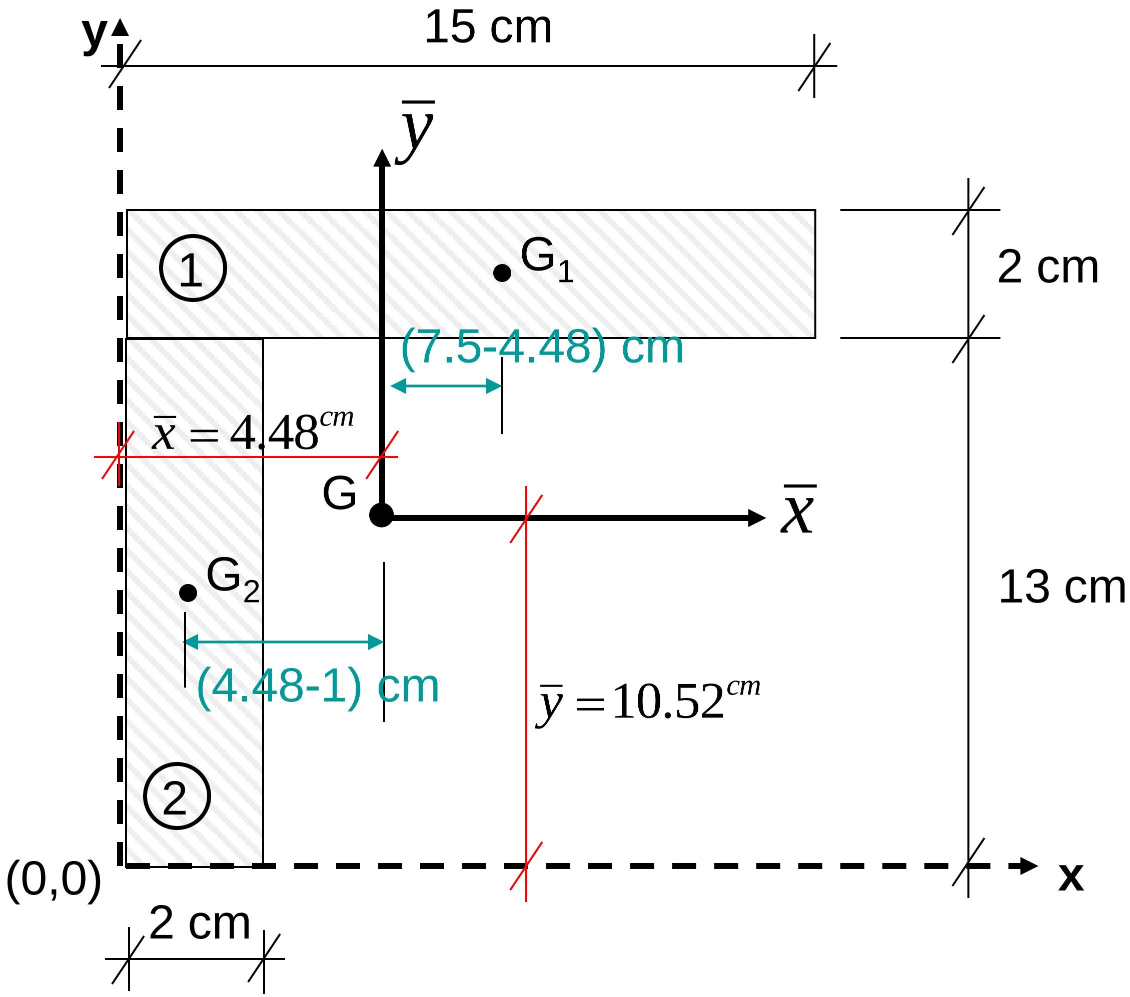
$$\bar{y} = \frac{(15*2)*14^{cm} + (2*13)*1^{cm}}{(15*2)+(2*13)} = 10.52^{cm}$$



$$I_{\bar{x}} = \sum_{i=1}^{n} (I_{\bar{x}i} + y_i^{\,2}.A_i)$$

$$I_{\bar{x}} = \frac{15*2^3}{12} + (15*2)*(14-10.52)^2 + \frac{2*13^3}{12} + (2*13)*(10.52-6.5)^2$$

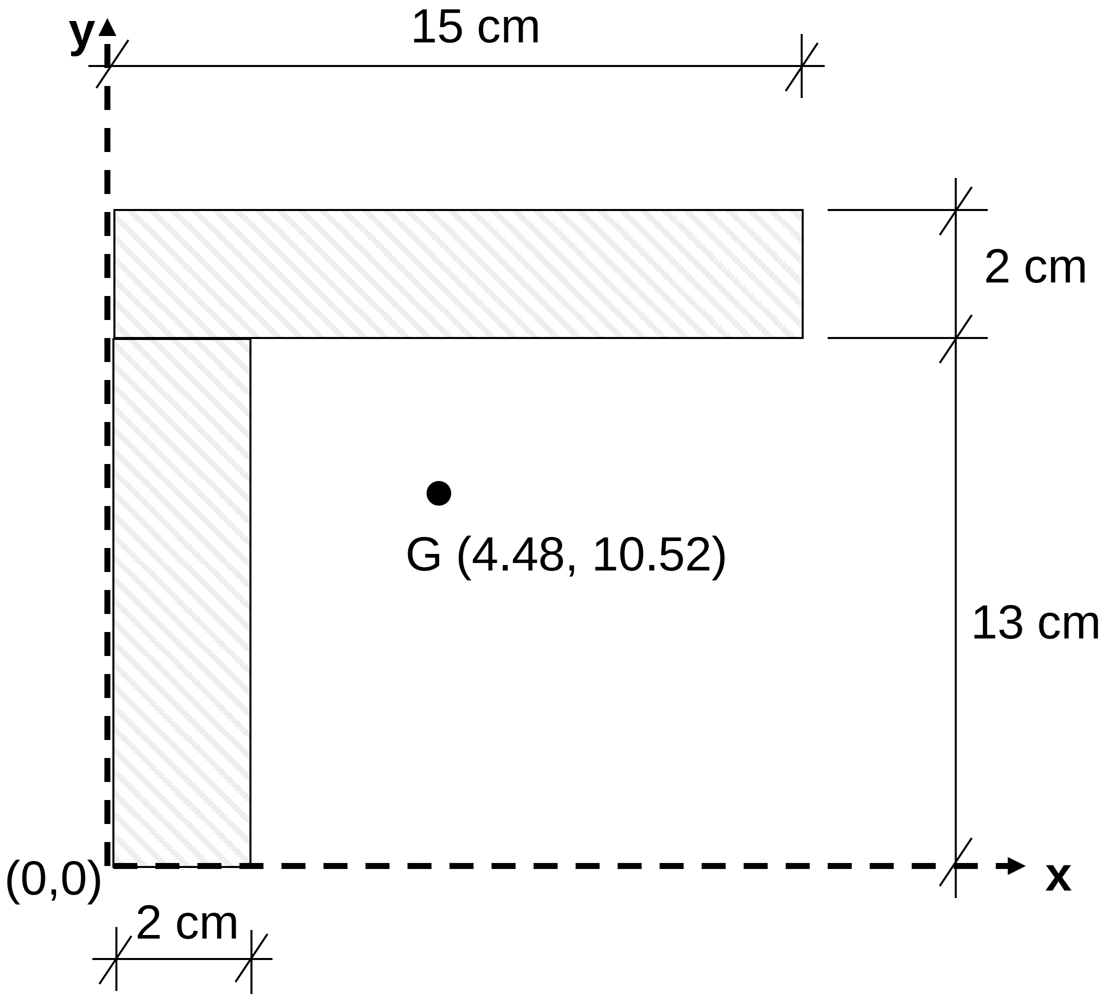
$$I_{\bar{x}} = 1159.65\,cm^4$$



$$I_{\bar{y}} = \sum_{i=1}^{n} (I_{\bar{y}_i} + x_i{}^2.A_i)$$

$$I_{\bar{y}} = \frac{15^3 * 2}{12} + (15*2)*(7.5-4.48)^2 + \frac{2^3 * 13}{12} + (2*13)*(4.48-1)^2$$

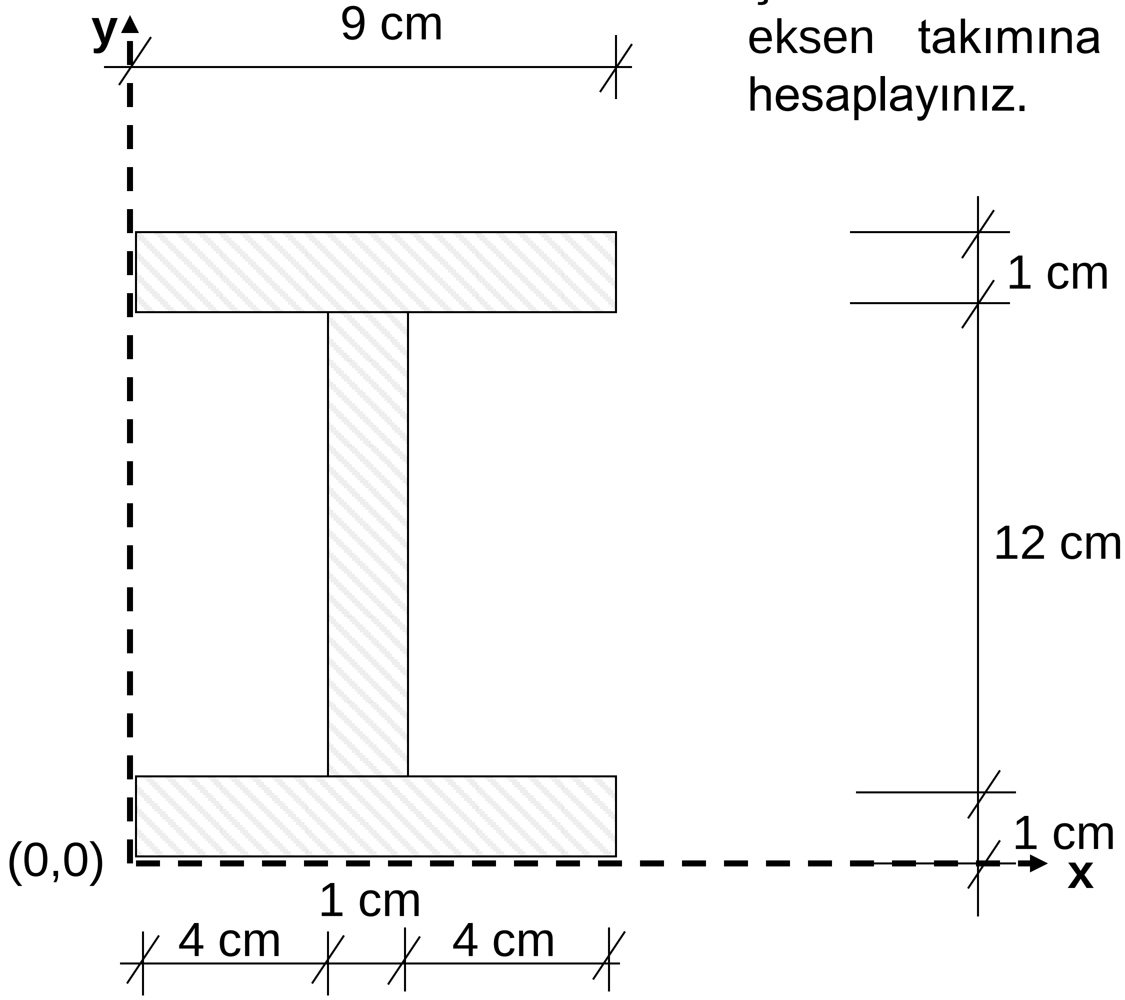
$$I_{\bar{y}} = 1159.65\, cm^4$$



$$I_{\bar{x}} = 1159.65\, cm^4$$

$$I_{\bar{y}} = 1159.65\, cm^4$$

ÖRNEK 96

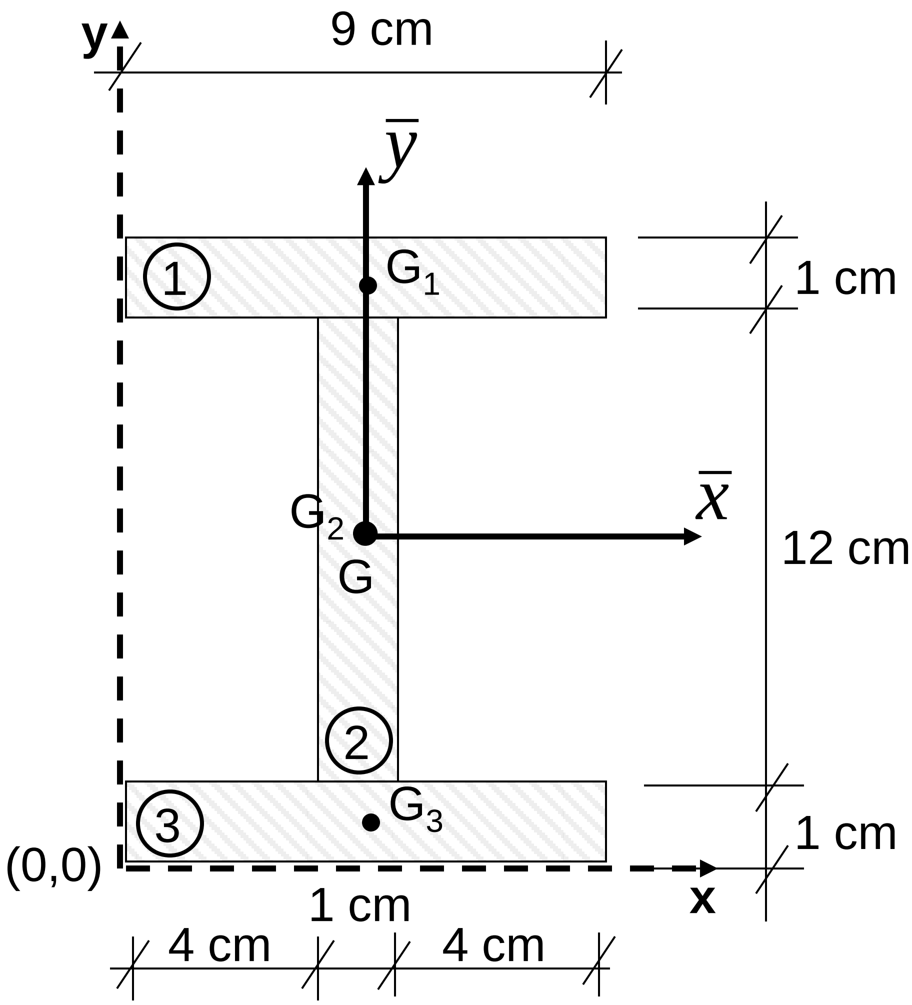


Şekildeki alanın ağırlık merkezinden geçen eksen takımına göre atalet momentlerini hesaplayınız.

$$G(\bar{x}, \bar{y}) = ?$$

$$I_{\bar{x}} = ?$$

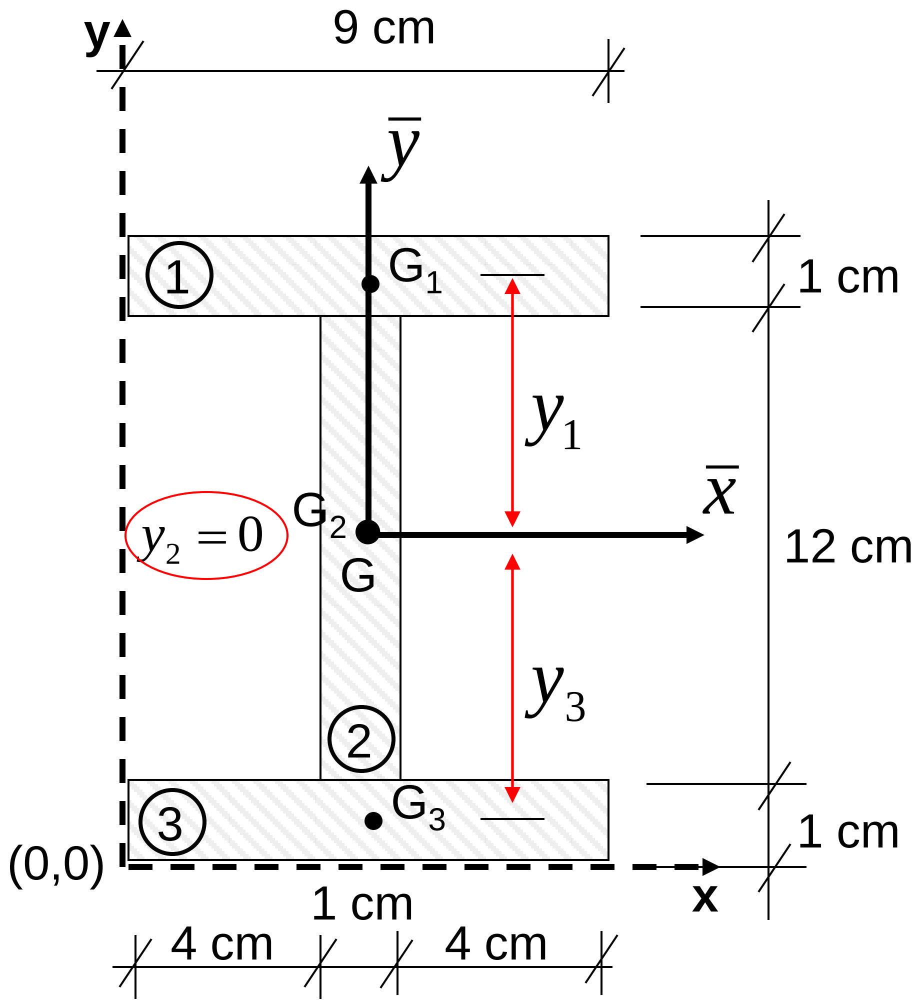
$$I_{\bar{y}} = ?$$



$$\bar{x} = \frac{(9*1)*4.5^{cm} + (1*12)*4.5^{cm} + (9*1)*4.5^{cm}}{(9*1)+(1*12)+(9*1)} = 4.5^{cm}$$

$$\bar{y} = \frac{(9*1)*13.5^{cm} + (1*12)*7^{cm} + (9*1)*0.5^{cm}}{(9*1)+(1*12)+(9*1)} = 7.0^{cm}$$

Her iki eksene göre simetrik olan bu alanda aslında ağırlık merkezini hesaplamaya gerek bile yok.

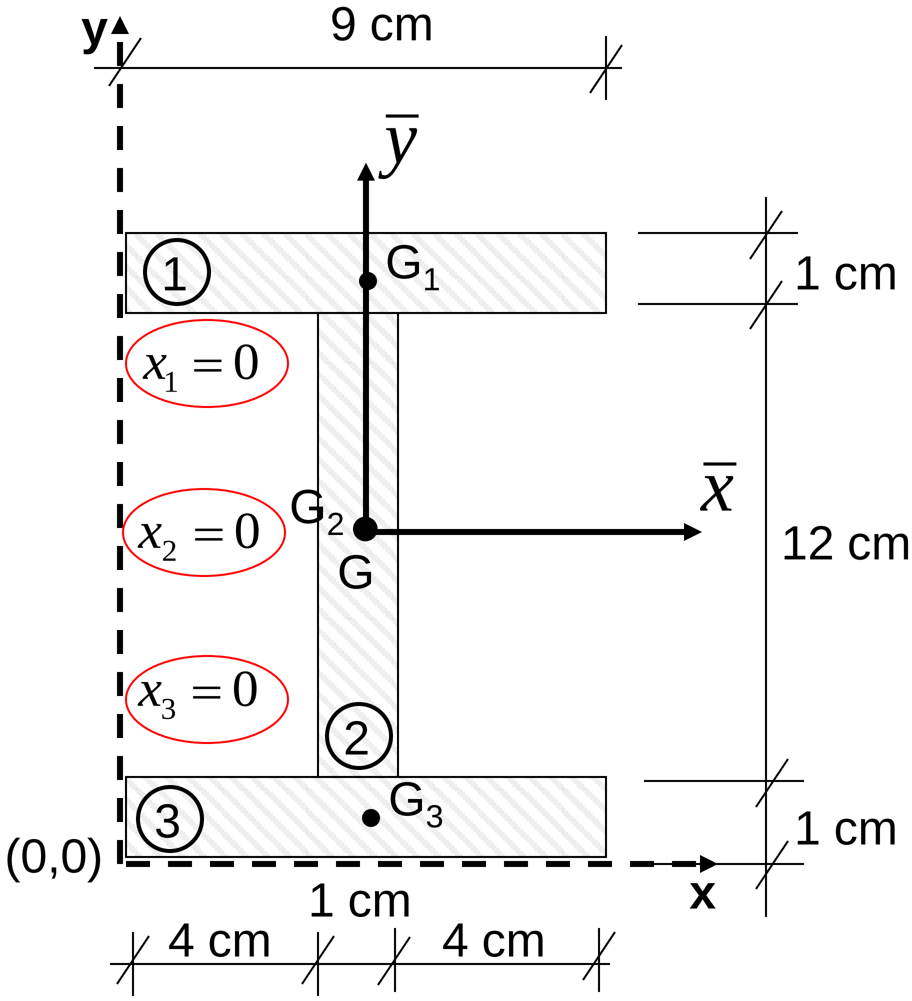


G (4.5 ; 7)
G1 (4.5 ; 13.5)
G2 (4.5 ; 7)
G3 (4.5 ; 0.5)

$$I_{\bar{x}} = \sum_{i=1}^{n} (I_{\bar{x}i} + y_i^{\,2} . A_i)$$

$$I_{\bar{x}} = \frac{9*1^3}{12} + (9*1)*(13.5-7)^2 + \frac{1*12^3}{12} + (1*12)*(7-7)^2 + \frac{9*1^3}{12} + (9*1)*(7.0-0.5)^2$$

$$I_{\bar{x}} = 906\, cm^4$$



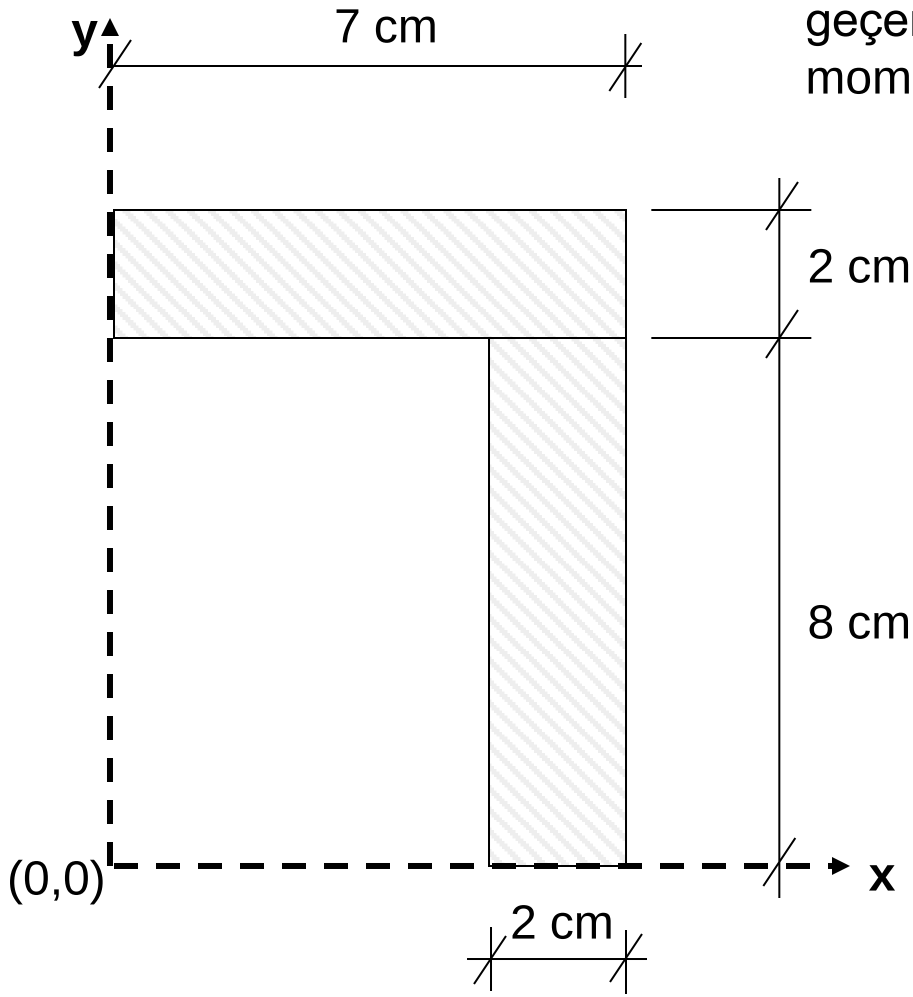
G (4.5 ; 7)
G1 (4.5 ; 13.5)
G2 (4.5 ; 7)
G3 (4.5 ; 0.5)

$$I_{\bar{y}} = \sum_{i=1}^{n} (I_{\bar{y}_i} + x_i^{\,2}.A_i)$$

$$I_{\bar{y}} = \frac{9^3 * 1}{12} + (9*1)*(4.5-4.5)^2 + \frac{1^3 * 12}{12} + (1*12)*(4.5-4.5)^2 + \frac{9^3 * 1}{12} + (9*1)*(4.5-4.5)^2$$

$$I_{\bar{y}} = 122.5\, cm^4$$

ÖRNEK 97

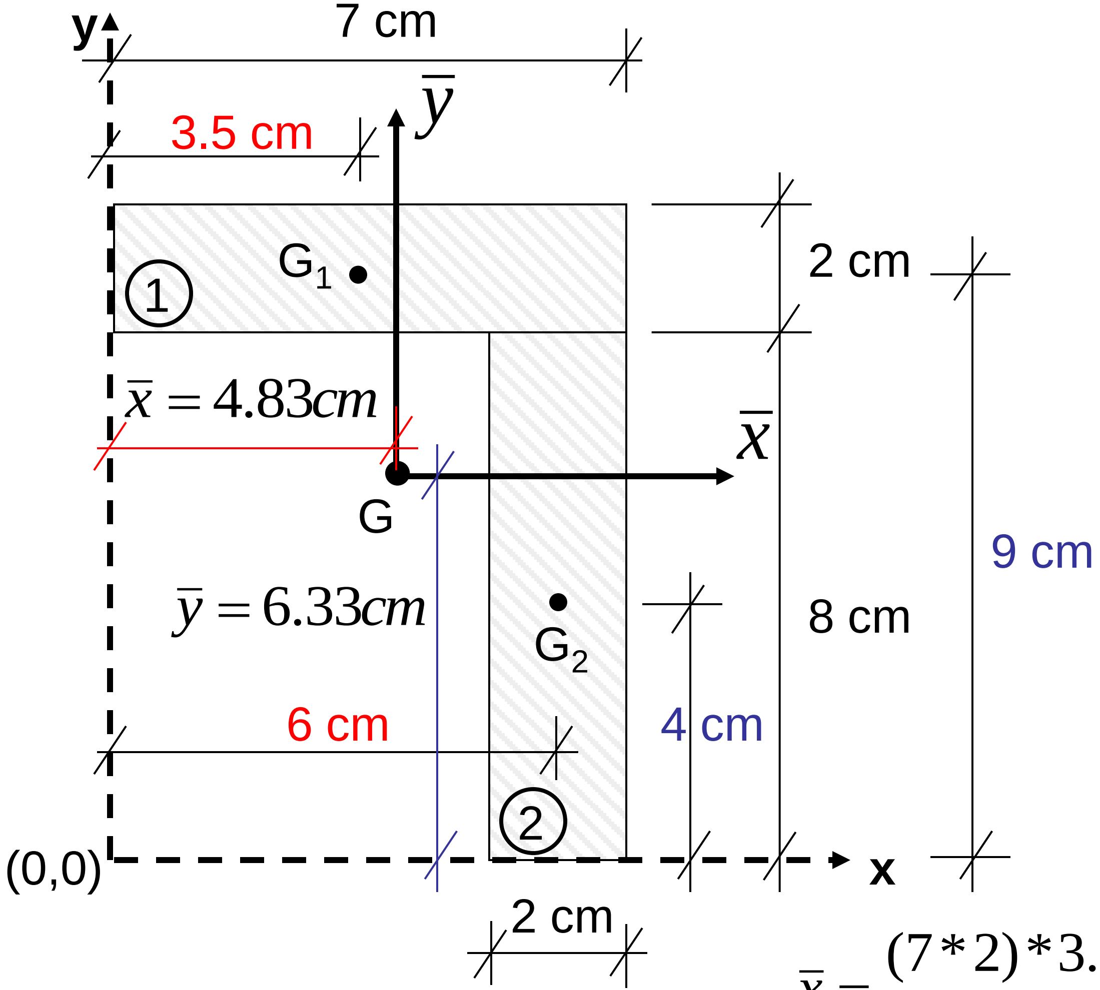


Şekildeki alanın ağırlık merkezinden geçen eksen takımına göre atalet momentlerini hesaplayınız.

$$G(\bar{x}, \bar{y}) = ?$$

$$I_{\bar{x}} = ?$$

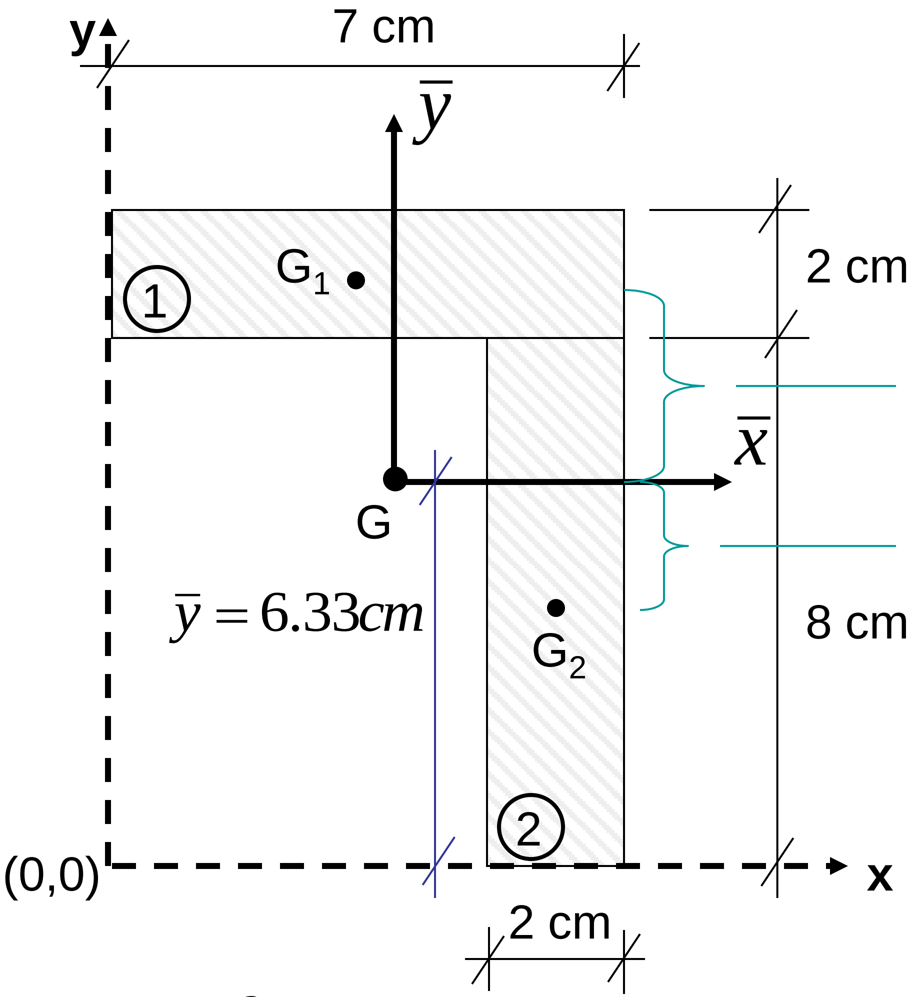
$$I_{\bar{y}} = ?$$



$$\bar{x} = \frac{(7*2)*3.5^{cm} + (2*8)*6^{cm}}{(7*2)+(2*8)} = 4.83^{cm}$$

$$\bar{y} = \frac{(7*2)*9^{cm} + (2*8)*4^{cm}}{(7*2)+(2*8)} = 6.33^{cm}$$

$$I_{\bar{x}} = \sum_{i=1}^{n} (I_{\bar{x}i} + y_i^{\,2}.A_i)$$



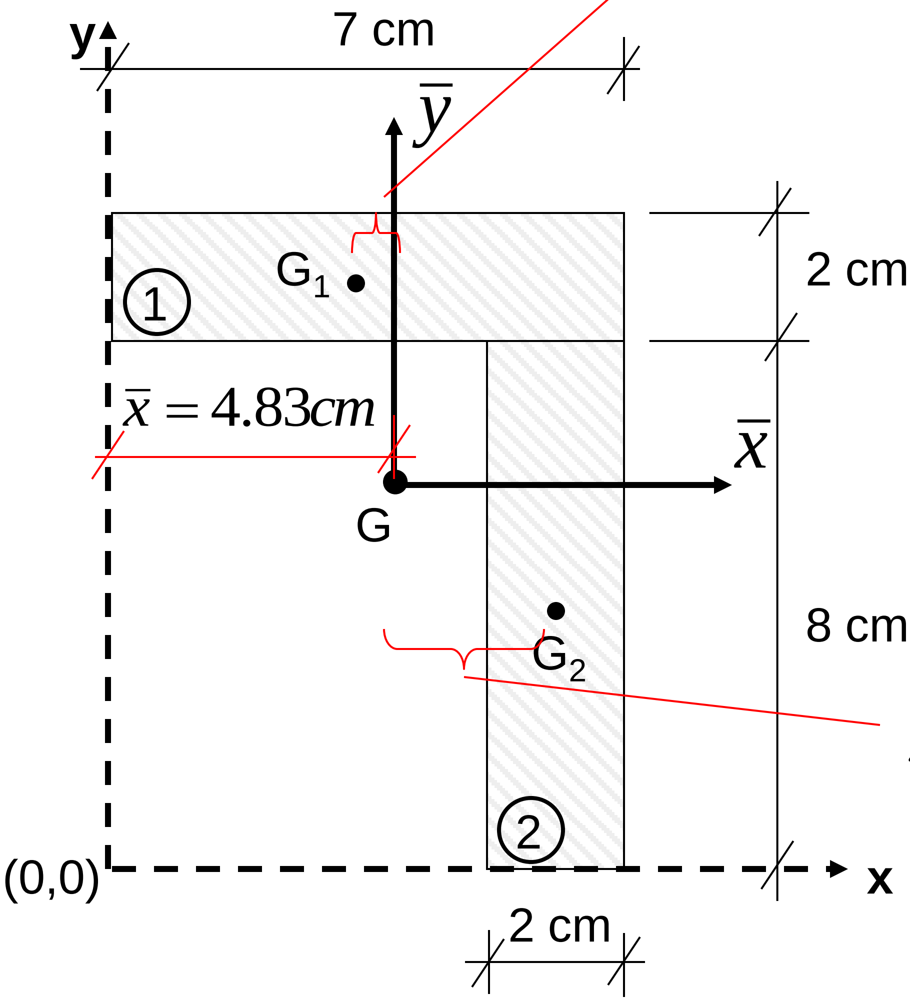
$$y_1 = (9 - 6.33) = 2.67cm$$

$$y_2 = (6.33 - 4) = 1.67cm$$

$$I_{\bar{x}} = 276.67\ cm^4$$

$$I_{\bar{x}} = \frac{7*2^3}{12} + (7*2)*(9-6.33)^2 + \frac{2*8^3}{12} + (2*8)*(6.33-4)^2$$

$$x_1 = (4.83 - 3.5) = 1.33cm$$



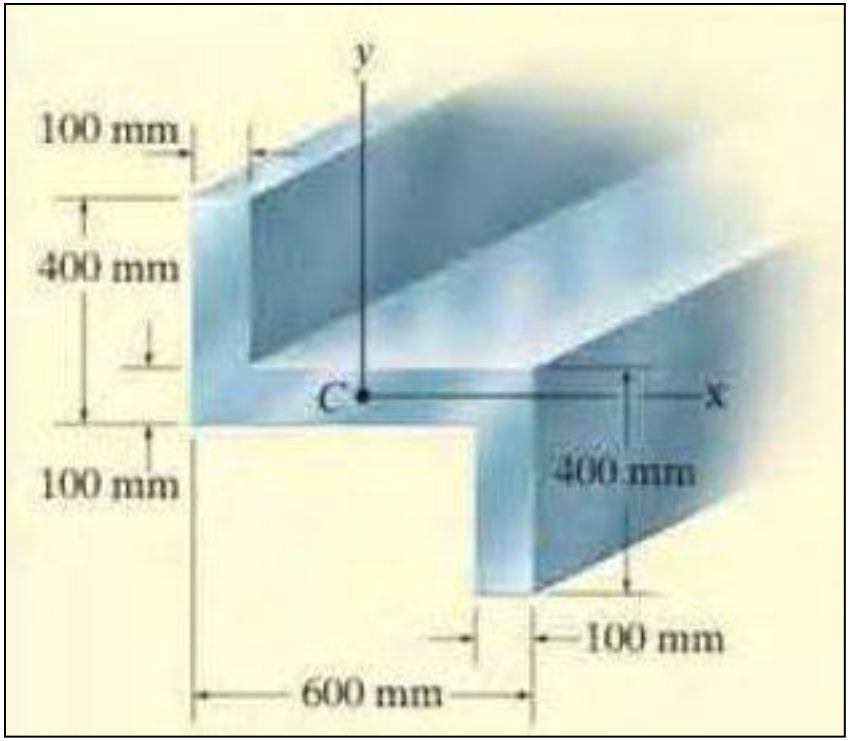
$$I_{\bar{y}} = \sum_{i=1}^{n} (I_{\bar{y}_i} + x_i^{\,2}.A_i)$$

$$x_2 = (6 - 4.83) = 1.17cm$$

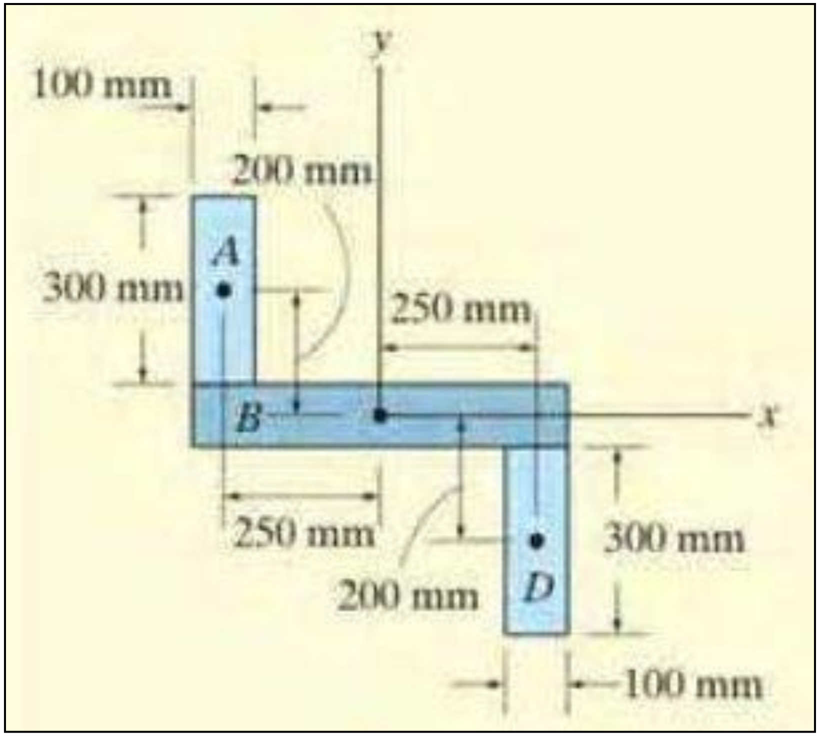
$$I_{\bar{y}} = 109.17\ cm^4$$

$$I_{\bar{y}} = \frac{7^3 * 2}{12} + (7*2)*(4.83-3.5)^2 + \frac{2^3 * 8}{12} + (2*8)*(6-4.83)^2$$

ÖRNEK 98



Şekilde gösterilen kirişin kesit alanının x ve y ağırlık merkezi eksenlerine göre atalet momentlerini belirleyiniz.



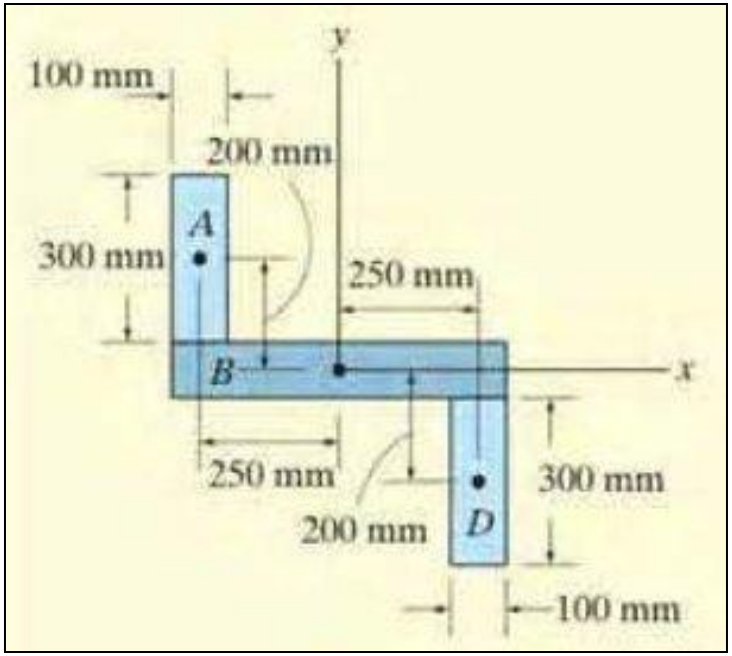
Kesit, A, B ve D dikdörtgen alanların birleşimi olarak düşünülebilir. Bu alanların ağırlık merkezleri şekilde gösterilmiştir.

A ve D dikdörtgenleri :

$$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad_y^2 = \frac{1}{12}(100)(300)^3 + (100)(300)(200)^2$$
$$= 1.425(10^9)\ \text{mm}^4$$
$$I_y = \bar{I}_{y'} + Ad_x^2 = \frac{1}{12}(300)(100)^3 + (100)(300)(250)^2$$
$$= 1.90(10^9)\ \text{mm}^4$$

B dikdörtgeni:

$$I_x = \frac{1}{12}(600)(100)^3 = 0.05(10^9)\ \text{mm}^4$$
$$I_y = \frac{1}{12}(100)(600)^3 = 1.80(10^9)\ \text{mm}^4$$

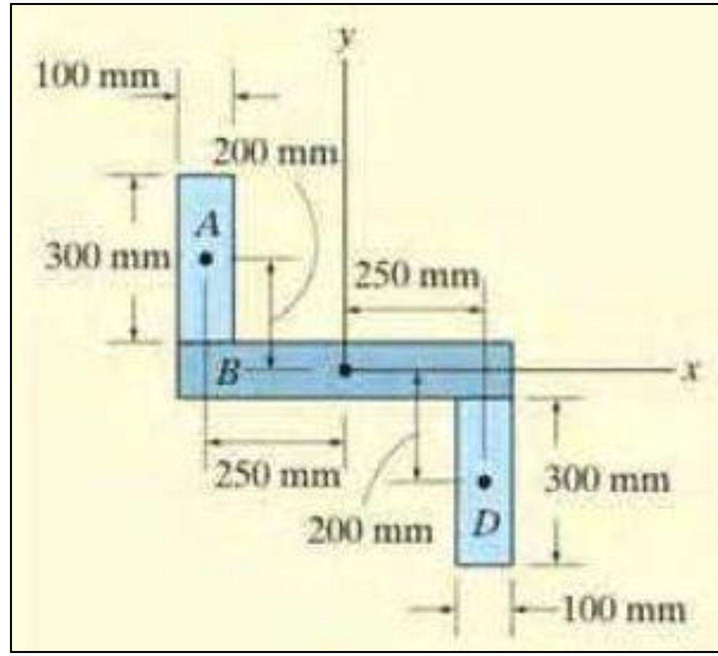


KT

Toplam

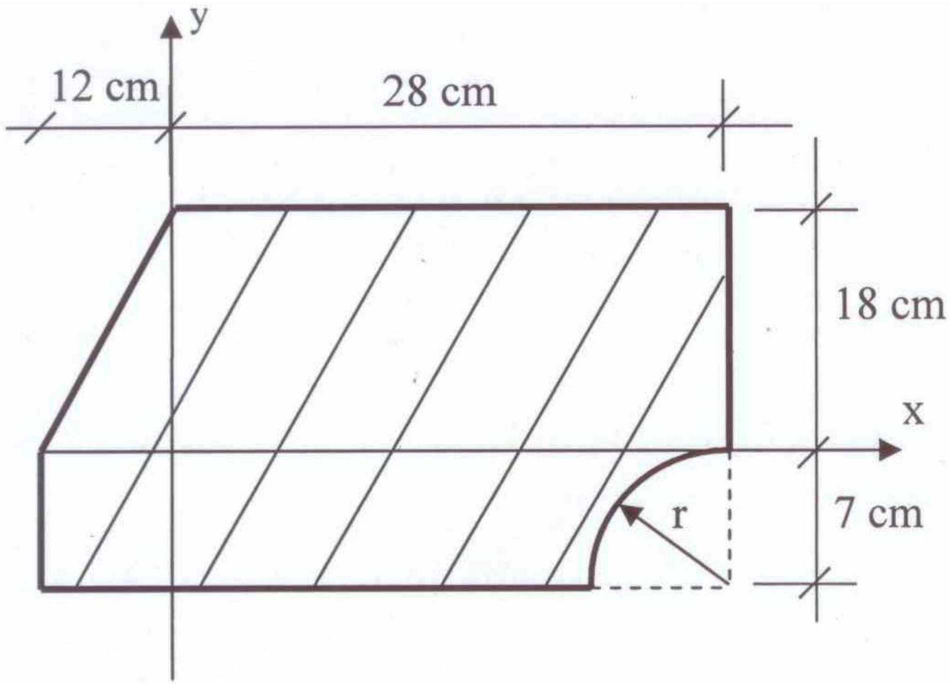
Tüm kesitin atalet momentleri için toplama işlemi yapılır.

$$I_x = 2[1.425(10^9)] + 0.05(10^9)$$
$$= 2.90(10^9)\ \text{mm}^4$$
$$I_y = 2[1.90(10^9)] + 1.80(10^9)$$
$$= 5.60(10^9)\ \text{mm}^4$$



ÖRNEK 99

ödev



Şekilde verilen taralı alanın ağırlık merkezinin y koordinatını ve x eksenine göre atalet momentini hesaplayınız.

ÖRNEK 100

ödev